ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 9 FÉVRIER 1948.

PRÉSIDENCE DE M. CHARLES JACOB.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

CHALEUR. — *Développements sur une solution de l'équation de Fourier dans le cas du mur d'épaisseur infinie.* Note [1] de M. **Gustave Ribaud**.

L'équation de transmission de la chaleur par conduction (Fourier)

$$a\frac{\partial^2\theta}{\partial x^2}=\frac{\partial\theta}{\partial t}$$

admet, dans le cas du mur d'épaisseur infinie, une solution générale de la forme [2]

$$\theta=t^m f_m\left(\frac{x}{\sqrt{4at}}\right)=t^m f_m(z). \tag{1}$$

Pour m quelconque, la fonction f_m est définie par l'équation différentielle

$$f''_m+2zf'_m-4mf_m=0. \tag{2}$$

Cas de m positif. — Pour m positif et pour des valeurs de $2m$ entières, la résolution de l'équation précédente s'obtient aisément grâce à $2m$ différentiations successives qui s'écrivent [3] :

$$\begin{aligned}
&f'''_m+2zf''_m-(4m-2)f'_m=0,\\
&\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots,\\
&f^{2m}+2zf^{2m-1}-4f^{2m-2}=0,\\
&f_m^{2m+1}+2zf_m^{2m}-2f_m^{2m+1}=0,\\
&f_m^{2m+2}+2zf_m^{2m+1}=0.
\end{aligned}$$

De la dernière équation on déduit la valeur de f_m^{2m+1}, celle de f^{2m} et, de

---

(1) Séance du 2 février 1948.

(2) G. Ribaud, *Comptes rendus*, 226, 1948, p. 140.

(3) L'indice porté en haut du signe f représente l'ordre de la dérivée.

proche en proche, les autres dérivées par une relation de récurrence

(3) $f_m^{2m+1} = e^{-z^2}$,

(4) $f_m^{2m} = \int e^{-z^2}\,dz - \frac{\sqrt{\pi}}{2}$,

(5) $f^{2m-1} = \frac{f^{2m+1} + 2zf^{2m}}{2} = \frac{1}{2}\left[e^{-z^2} - 2z\frac{\sqrt{\pi}}{2}\left(1 - \frac{2}{\sqrt{\pi}}\int e^{-z^2}\,dz\right)\right]$,

(6) $f^{2m-2} = \frac{f^{2m} + 2zf^{2m-1}}{4} = \frac{1}{4}\left[ze^{-z^2} - (1+2z^2)\frac{\sqrt{\pi}}{2}\left(1 - \frac{2}{\sqrt{\pi}}\int e^{-z^2}\,dz\right)\right]$,

(7) $f^{2m-3} = \frac{f^{2m-1} + 2zf^{2m-2}}{6} = \frac{1}{12}\left[(1+z^2)e^{-z^2} - (3z+2z^3)\frac{\sqrt{\pi}}{2}\left(1 - \frac{2}{\sqrt{\pi}}\int e^{-z^2}\,dz\right)\right]$.

. . . .

Le flux Φ reçu par le mur a pour valeur, dans chaque cas,

(8) $$\Phi = -\lambda\left(\frac{d\theta}{dx}\right)_{x=0} = \frac{t^m}{\sqrt{4at}} f'_m(0);$$

il est proportionnel à $t^{m-1/2}$. D'autre part, comme la fonction f_m est nulle à l'infini ainsi que ses dérivées, l'équation (2), intégrée une fois entre zéro et l'infini, donne

(9) $$-f'(0) = (4m+2)\int_0^\infty f_m\,dz.$$

La solution (5) correspond à $m = 1/2$, elle s'applique au cas d'un flux constant, cas que nous avons étudié antérieurement ([4]). Les solutions (6) et (7) correspondent respectivement à $m = 1$ et $3/2$; la dernière de ces solutions est applicable au cas d'un flux variant proportionnellement au temps.

Ces diverses solutions permettent de traiter totalement, par le calcul, la loi de pénétration de la chaleur dans un mur recevant un flux variable avec le temps, pourvu que ce flux puisse être représenté par un polynome des puissances entières de t.

Cas de $m = 0$. — Le cas où m est nul correspond à la solution classique de Cauchy [form. (4)]; θ_0 est ici indépendant du temps et la solution s'applique, on le sait, au cas du mur dont on porte brusquement la face d'entrée à une température constante θ_0 ; le flux entrant varie en raison inverse de $\sqrt{t}$.

Cas de m négatif. — La résolution de l'équation (2) se fait ici par une série de $2m$ intégrations successives qui s'écrivent ([5]) :

(10) $$f'_m + 2zf_m - (4m+2)\int f_m\,dz = 0,$$

$$f_m + 2z\int f_m\,dz - (4m+4)\int^2 f_m\,dz = 0,$$

. . . . ,

(11) $$\int^{2m-3} + 2z\int^{2m-2} + 2\int^{2m-1} = 0,$$

(12) $$\int^{2m-2} + 2z\int^{2m-1} = 0.$$

([4]) *Comptes rendus*, 226, 1948, p. 204.

([5]) L'indice porté en haut du signe d'intégration indique l'ordre de l'intégrale.

La dernière relation montre que la fonction cherchée f_m est la dérivée d'ordre $(2m-1)$ de e^{-z^2}.

En particulier $m=-1/2$ conduit à la solution, d'ailleurs déjà connue,

$$(13) \qquad \theta = \frac{1}{\sqrt{t}} e^{-\frac{x^2}{4at}},$$

solution dans laquelle $f'(0)$ et par suite le flux sont nuls [6].

Les valeurs $m=-1, -3/2, -2, -5/2, \ldots$ ont respectivement pour solutions, à une constante numérique près : ze^{-z^2}, $(1-2z^2)e^{-z^2}$, $(3z-2z^3)e^{-z^2}$, $(3-12z^2-4z^4)e^{-z^2}$, ... On remarquera que les fonctions correspondant à $m=-1, -2, \ldots$, sont nulles à l'origine, avec une tangente à l'origine non nulle, c'est-à-dire une aire non nulle (éq. 9); celles correspondant à $m=-3/2$, $-5/2, \ldots$, ne sont pas nulles à l'origine, mais leurs tangentes à l'origine et par suite leurs aires sont nulles.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Rôle des intégrales paratingentes en quelques types de problèmes.* Note de M. GEORGES BOULIGAND.

Bien qu'autonome, la présente Note apporte à l'appui de trois Notes récentes N_1, N_2, N_3 [1] de nouveaux types de problèmes, confirmant l'importance des considérations de *stabilité* [2] en pareille matière.

1. Pour un système (S) de r équations $f_i^\star=0$ contenant, avec les n fonctions inconnues $z_i^\star$ de $x^\star$, $y^\star$ et ces variables, les $2n$ dérivées premières $p_i^\star$, $q_i^\star$, une variété V_2 bidimensionnelle dans l'espace $E_{n+2}(x^\star, y^\star, z_i^\star)$ sera dite *intégrale paratingente* ou IP quand le voisinage de tout point de V_2 est tel qu'après choix d'axes approprié, toute paratingente en un point de ce voisinage se trouve dans une variété linéaire $Z_i=p_iX+q_iY$ $(i=1, 2, \ldots, n)$ avec des p_i, q_i vérifiant les équations $f_i=0$ (transformées des $f_i^\star=0$) [3].

Quand à (S) on peut substituer un système (Σ) exprimant les p_i, q_i en fonction de h indéterminées λ_j, tout revient à trouver $n+h$ fonctions inconnues z_i, λ_j, d'après $2n$ équations résolues par rapport aux dérivées premières des z_i. Les conditions de compatibilité donnent, dans un espace à $n+h+2$ dimensions, un système linéaire quant aux dérivées premières des z_i. Dans cette voie, les intégrales de (S) projections sur E_{n+2} des IP de (T), (Σ) émergent au titre

---

(6) L'équation (9) présente ici la particularité que $4m+2=0$; il en résulte que $f'(0)$ peut être nulle, bien que l'aire de la courbe soit finie, et d'ailleurs indépendante de t.

(1) *Comptes rendus*, 224, 1947, p. 1747; 225, 1947, p. 780; 226, 1948, p. 294.

(2) *Comptes rendus*, 200, 1935, p. 1509; *Rev. génér. des Sc.*, 53, 1946, p. 122.

(3) Extension de la définition proposée (*Rev. Sc.*, 82, 1944, p. 10). On peut prendre plus de deux variables indépendantes. Pour le cas des *systèmes triples orthogonaux*, cf. G. LLENSA, *Comptes rendus*, 220, 1945, p. 298.

suivant : *Leurs seules singularités dans* E_{n+2} *quant à la topologie restreinte du premier ordre sont introduites par projection* (cf. fin de N_3). Le processus indiqué peut d'ailleurs ne simplifier en rien l'intégration formelle. Par exemple, si (S) est le système de Riemann-Cauchy, (T) le reproduit, mais cela indiffère à la question étudiée. (D'ailleurs dans l'exemple cité, pas de singularités des IP).

2. Prenons maintenant le système (S) suivant

$$p = \frac{\partial z}{\partial x}, \qquad q = \frac{\partial z}{\partial y}, \qquad A\frac{\partial q}{\partial y} - B\left(\frac{\partial q}{\partial x} + \frac{\partial p}{\partial y}\right) + C\frac{\partial p}{\partial x} = F,$$

réductible à l'équation du second ordre $Cr - 2Bs + At = F$ dont les coefficients sont supposés dépendre de x, y, z, p, q, élément d'un E_5. Si ces fonctions sont holomorphes dans un voisinage ouvert de l'élément $\Gamma_0(x_0, y_0, z_0, p_0, q_0)$ le contenant, on établit d'après Léon Lichtenstein ([4]) que toute IP de (S) est une surface régulièrement analytique en chaque point. On sait aussi d'après M. Paul Belgodère ([5]) que deux telles surfaces intégrales ayant en commun cet élément se coupent de manière qu'en $Q_0(x_0, y_0, z_0)$ le contingent de l'intersection soit fait d'un nombre fini de rayons, isogonaux dans la métrique liée à $ds^2 = A_0\,dx^2 + 2B_0\,dx\,dy + C_0\,dy^2$. D'où un *théorème d'unicité* valable pour (S) ou tout système qui s'en déduit par une transformation de la topologie restreinte du second ordre :

Étant donnée une surface dont les éléments de contact engendrent dans E_5 *une* IP *de* (S), *il n'y a pas d'autre* IP *de* (S) *ayant en commun avec la précédente une suite infinie de points tendant vers* Q_0 *en y admettant un contingent formé d'une infinité de rayons*, ce que j'appelle en bref une *suite essentielle* relative à Q_0.

Enlever à une suite essentielle un nombre fini de points ou une infinité, en respectant le caractère infini du contingent, la laisse essentielle. En particulier, le diamètre de la suite peut être pris arbitrairement petit ([6]).

Imposer à une IP de (S) de porter une suite essentielle η, même si le contingent au point limite est plan, aboutit en général à une impossibilité. Pour (S) donné et diverses suites η, on a donc un *groupement de problèmes* (cf. N_2) tel que l'existence d'une IP solution de l'un d'eux soit *instable*.

Remplaçons chaque point P_n de la suite essentielle η par un segment de droite U_nV_n portant P_n, tel que sa longueur ε_n soit avec $Q_0P_n = \rho_n$ dans un rapport qui tend vers zéro, selon une loi Λ de décroissance plus ou moins rapide; tel enfin que sa direction soit intérieure à un cône convexe assigné de sommet Q_0, sans génératrice commune avec le plan de l'élément Γ_0. Alors, on

---

([4]) *Encycl. der Math. Wissensch.*, II_3, 1924, p. 1323.

([5]) *Comptes rendus*, 218, 1944, p. 739.

([6]) *Mathematica* (Cluj), XII, 1935, p. 1059.

peut remplacer un des problèmes du groupement ci-dessus par un autre moins restrictif :

Trouver une IP *de* (S) *portant* Q_0 *et coupant tous les* $U_n V_n$.

Or on peut toujours disposer de la loi Λ de manière que, *si une telle* IP *existe, elle soit unique.* Car deux telles IP ne peuvent avoir en Q_0 un contact d'ordre infini sans coïncider : distinctes, elles auraient donc un contact d'ordre fini (propriété f). Prenons l'une et la suite η à contingent en Q_0 infini; puis choisissons la suite des $U_n V_n$ de manière que, par rapport à ρ_n, l'infiniment petit ε_n soit *d'ordre infini.* Vu la propriété f, le contingent en Q_0 de la réunion des $U_n V_n$ serait encore un faisceau fini, isogonal selon le ds^2 de M. Belgodère. L'hypothèse de η essentielle *impose donc encore l'unicité* (qui subsiste en supprimant une partie des $U_n V_n$ si on laisse infini le contingent en Q_0).

Dans ce dernier problème, si l'on imprime à chaque $U_n V_n$ une translation $\varepsilon \vec{\tau}_n$, où $\vec{\tau}_n$ est infiniment petit avec n^{-1} et où l'on maintient la planéité du contingent en Q_0 de la réunion des $U_n V_n$, sans toucher à (S), une impossibilité apparaît *en général,* si petit que soit ε. Notons enfin que le recours à la notion de suite essentielle donne aussi des critères de convergence de suites d'IP de (S) vers une IP de (S), ce qui ramène à mon idée originelle (p. 20, fasc. XI du *Mémorial des Sciences Mathématiques*), marquant le rôle des contingents et paratingents en théorie des fonctions et en géométrie infinitésimale.

NOMINATIONS.

L'Académie désigne MM. **Louis Fage**, **Pierre Lejay**, **Georges Poivilliers**, Membres de l'Académie, M. **Alexandre Dauvillier**, Correspondant, MM. **Louis Cagniard**, **Jean Coulomb**, **Jean Debrach**, **Henri Dyèvre**, **Jean Goguel**, **André Gougenheim**, **Gaston Grenet**, **Pierre Jacquinet**, **Henri Labrouste**, **Georges Laclavère**, **Jean Laurent**, **Jean Le Gall**, **Jean-Pierre Rothé**, **Jean Roulleau**, **François Sentenac**, **Pierre Tardi**, **Émile Thellier**, **Étienne Vassy**, **André Viaut**, **Jean Vignal**, pour représenter la France à la neuvième Assemblée générale de l'**Union Géodésique et Géophysique internationale**, qui se tiendra à Oslo, du 19 au 28 août 1948.

PLIS CACHETÉS.

M. **Xavier Séjourné** demande l'ouverture d'un pli cacheté reçu dans la séance du 28 juillet 1947 et enregistré sous le n° 12.333.

Ce pli, ouvert en séance par M. le Président, contient un Mémoire intitulé *L'anneau de Saturne, sa genèse, sa structure, son mécanisme.*

(Renvoi à la Section d'Astronomie.)

CORRESPONDANCE.

Les Directeurs de l'**Institut Océanographique de l'Indochine** adressent un Rapport sur le fonctionnement de cet Institut, pendant les années 1938 à 1947.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

1° Faune de l'Empire français. VIII. *Annélides polychètes de Nouvelle-Calédonie et des Iles Gambier*, par Pierre Fauvel.

2° André Meyer. *Notice sur la vie et l'œuvre de Marcel Godchot* (1879-1939), *Professeur de chimie et doyen de la Faculté des Sciences de Montpellier, Correspondant de l'Académie des Sciences*.

3° *École libre des Hautes Études* [de New-York], 1948.

4° Nations Unies. *Bulletin de l'organisation mondiale de la santé*. Volume I, n° 1.

Il signale également un Ouvrage polycopié intitulé *Introduction to non-linear mechanics*, par N. Minorsky.

M. **Henri Hermann** adresse des remercîments pour la distinction accordée à ses travaux.

M. **Eugène Delporte**, Correspondant de l'Académie, Directeur de l'Observatoire Royal de Belgique, exprime à l'Académie les condoléances du **Comité National Belge d'Astronomie**, à l'occasion du décès de M. *Henri Deslandres*.

L'**Association italienne de Métallurgie** annonce que son deuxième *Congrès National* aura lieu à Milan, du 23 au 25 avril 1948, et qu'une journée de ce Congrès sera consacrée à des exposés sur la corrosion et le vieillissement des métaux.

LOGIQUE MATHÉMATIQUE. — *Sur les règles de composabilité dans la logique de la mathématique intuitioniste sans négation*. Note de M. **Renaud de Bengy Puyvallée**.

Dans une précédente Note [1] nous avons donné pour une logique de complémentarité à un nombre infini de valeurs, une série de règles sur la composabilité des propositions expérimentales. La mathématique intuitioniste de G.-F.-C. Griss [2] n'admettant pas la négation et rejetant toute supposition,

---

[1] *Comptes rendus*, **220**, 1945, p. 589.

[2] *Proc. Ned. Akad. v. Wetensch.*, 53, 1944, p. 261-268; 49, 1946, p. 1121-1133.

conduit à penser qu'on peut construire une logique sans négation; cette logique sera une logique de complémentarité comme l'a montré Mme P. Destouches-Février [3]. Il est intéressant d'examiner si, dans une telle logique, les postulats que nous avons posés, subsistent.

En logique quantique [4], une proposition expérimentale est définie comme énonçant les résultats de mesures effectuées sur un certain système au moyen d'un appareil. De telles propositions sont composables lorsque leur produit est susceptible d'être vrai; elles sont incomposables si, *a priori*, et dans tous les cas, ce produit ne peut être vrai. La négation de la relation de composabilité définit la relation d'incomposabilité. Or, pour Griss, on doit exclure de la mathématique toute proposition non susceptible d'être vraie; nous dirons alors qu'une proposition est réalisable ou irréalisable suivant qu'elle est susceptible d'être vraie ou qu'elle n'est pas susceptible d'être vraie. Ce que nous écrirons : $\text{Réal}(p)$; $\text{Irréal}(p)$.

Mais le tiers exclu n'est pas supposé valable.

L'irréalisabilité de p sera définie par le fait que $\text{Réal}(p)$ entraîne contradiction

$$\text{Irréal}(p) =_d \neg\, \text{Réal}(p),$$

où [5]

$$\neg =_d (P \to \emptyset), \qquad \text{pour} \quad \emptyset = (a = b)\ \&\ (a \neq b) \quad \text{ou} \quad \emptyset = (1 = 2).$$

De même, nous définirons un produit et une somme de propositions comme réalisable lorsqu'ils seront susceptibles d'être vrais.

La somme et le produit seront irréalisables lorsque $(p\ \&\ q) \to \emptyset$ et $(p \vee q) \to \emptyset$.

La disjonction ne peut pas être définie comme en logique classique par le principe du tiers exclu. Mais on peut avoir

$$\text{Réal}\,(p \vee q) =_d (\text{Réal}\, p) \vee (\text{Réal}\, q).$$

En logique quantique, nous ne posions une relation de composabilité que pour des produits de propositions. Nous pourrons dire ici que des propositions sont composables ($=\!\!|\!\!=$) relativement à & ou à $\vee$ lorsque leur somme ou leur produit est réalisable

$$p \underset{\&}{=\!\!|\!\!=} q =_d \text{Réal}\,(p\ \&\ q), \qquad p \underset{\vee}{=\!\!|\!\!=} q =_d \text{Réal}\,(p \vee q).$$

Nous dirons que des propositions sont incomposables ($\|$) relativement à & ou $\vee$ lorsque leur somme ou leur produit est irréalisable

$$p \underset{\&}{\|} q =_d \text{Irréal}\,(p\ \&\ q), \qquad p \underset{\vee}{\|} q =_d \text{Irréal}\,(p \vee q).$$

---

(3) *Comptes rendus*, 226, 1948, p. 38.

(4) Mme P. Destouches-Février, *Comptes rendus*, 204, 1937, p. 482; 219, 1944, p. 481; 221, 1945, p. 287; *Thèse Sciences mathématiques*, Paris, 1945.

(5) Mme P. Destouches-Février, *Comptes rendus*, 225, 1947, p. 1241.

Tout ceci n'est possible que dans le domaine prémathématique (ou domaine des problèmes selon M. C. Bouligand)([6]). Dans la synthèse globale ou mathématique intuitioniste sans négation proprement dite, on doit, d'après Griss, n'accepter que les propositions réalisables.

Du système de postulats sur les règles de composabilité en logique de complémentarité, nous ne retiendrons que ceux qui ne contiennent pas de négation. On retrouve alors

1° $\vdash p \mathrel{=\mid=} q . \equiv . q \mathrel{=\mid=} p.$

2° $\vdash \mathrel{=\mid=}(p_1, p_2, \ldots, p_n) : \equiv : \mathrel{=\mid=}(p_1, p_n, \ldots, p_{n-1}) . \& . p_1 \mathrel{=\mid=} p_n . \& . p_2 \mathrel{=\mid=} p_n . \& \ldots \& . p_{n-1} \mathrel{=\mid=} p_n.$

3° $\vdash p \rightarrow q . \rightarrow . p \mathrel{=\mid=} q.$

4° $\vdash \mathrel{=\mid=}(p, q, r) : \rightarrow : p \mathrel{=\mid=} q \ \& \ r.$

5° $\vdash p \mathrel{=\mid=} q . \& . q \ \ r : \rightarrow \mathrel{=\mid=} : p \mathrel{=\mid=} q \ \& \ r.$

6° $\vdash p \mathrel{=\mid=} q . \& . p \rightarrow r : \rightarrow : q \mathrel{=\mid=} r.$

7° $\vdash p \rightarrow q . \& . p \rightarrow r : \rightarrow : q \mathrel{=\mid=} r.$

8° $\vdash p \mathrel{=\mid=} p.$

9° $\vdash u \mathrel{=\mid=} p$ (u étant une proposition toujours vraie).

10° $\vdash p \parallel q . \& : p \mathrel{=\mid=} r . \& . q \mathrel{=\mid=} s : \rightarrow : p \ \& \ r \parallel q \ \& \ s.$

11° Axiome : $\vdash p \ \& \ q \parallel r \ \& \ s : \rightarrow : p \parallel r . \vee . q \parallel s . \vee . q \parallel r . \vee . p \parallel s.$

12° $\vdash p \mathrm{R}_1 q == r \mathrm{R}_2 s$, où R_1, R_2 correspondent aux relations $\mathrel{=\mid=}$, $\rightarrow$, $\mathrel{=\mid=}$, $\parallel$.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Les noyaux pseudo-reproduisants.*

Note ([1]) de M. **Nachman Aronszajn**.

Considérons une classe linéaire F des fonctions définies (et finies) partout dans un ensemble E et formant un espace de Hilbert, c'est-à-dire pourvue d'un produit scalaire $[f, g]$ aux propriétés habituelles et complète par rapport à la norme correspondant à ce produit.

Nous appelons ([2]) *noyau reproduisant* de la classe F une fonction $\mathrm{N}(x, y)$ définie sur le produit $\mathrm{E} \times \mathrm{E}$ telle que : 1° pour tout y fixe, $\mathrm{N}(x, y)$ comme fonction de x appartienne à F; 2° pour toute fonction $f(x)$ de F, $\mathrm{N}(x, y)$ la reproduise dans le sens que $f(y) = [f(x), \mathrm{N}(x, y)]$ pour tout y de E.

Les propriétés marquantes des noyaux reproduisants, n. r. en abrégé, sont les suivantes :

I. Théorème d'unicité. — *S'il existe un n. r. pour* F, *il est unique.*

II. Théorème d'existence. — *Pour qu'il existe pour* F *un n. r., il faut et il suffit que pour tout x de* E, *$f(x)$, considéré comme fonctionnelle de f, soit continu dans l'espace de Hilbert formé par* F.

III. Caractérisation des n. r. — *a. Tout n. r. est une matrice définie positive*

([6]) *Comptes rendus*, **224**, 1947, p. 1747; **225**, 1947, p. 780.

([1]) Séance du 2 février 1948.

([2]) N. Aronszajn, *Proceed. Cambridge, Phil. Soc.*, **39**, 1943, p. 133.

au sens de E. H. Moore (3); *b. Toute matrice définie positive est un n. r. pour une classe de fonctions formant un espace de Hilbert, cette classe et son produit scalaire étant uniques.*

L'utilité de la notion d'un n. r. dans différentes branches d'analyse (4) nous amène à introduire la notion d'un *noyau pseudo-reproduisant* qui remplacera celle d'un n. r. pour certaines catégories des classes de fonctions pour lesquelles cette dernière notion ne peut pas être définie.

Introduisons d'abord quelques notions. Nous considérerons dans l'ensemble E une classe $\mathfrak{A}$ des sous-ensembles, dits *ensembles exceptionnels*, aux propriétés : 1° si $B \subset A \in \mathfrak{A}$, $B \in \mathfrak{A}$; 2° si $A_n \in \mathfrak{A}$, $n=1, 2, \ldots$, la somme des $A_n \in \mathfrak{A}$; 3° E n'appartient pas à $\mathfrak{A}$. La classe $\mathfrak{A}$ peut ne contenir que l'ensemble vide. La notation *exc.* $\mathfrak{A}$ signifiera *à l'exception d'un ensemble de* $\mathfrak{A}$.

L'addition et la multiplication des fonctions, dont chacune est définie dans E *exc.* $\mathfrak{A}$, conduisent à des fonctions de même nature. Une classe linéaire F de telles fonctions sera dite *hilbertienne*, si elle est pourvue d'un produit scalaire $[f, g]$ aux propriétés habituelles, sauf que la norme correspondante peut être nulle sans que la fonction s'annule identiquement. Deux fonctions de F sont *équivalentes*, si leur différence a une norme o. On sait que les classes d'équivalence de F forment un espace vectoriel avec un produit scalaire induit par celui de F et avec une norme proprement dite. *Si cet espace vectoriel normé est complet*, c'est un espace de Hilbert qui est appelé l'espace de Hilbert formé par la classe F.

Nous supposerons que notre classe hilbertienne F est *normale*, c'est-à-dire que : deux fonctions de F sont équivalentes si, et seulement si, elles sont partout égales *exc.* $\mathfrak{A}$.

Considérons ensuite dans E une *mesure* μ telle que : 1° $0 < \mu(E) \leq \infty$ et, si $\mu(E)=\infty$, il existe une suite $E_1 \subset E_2 \subset E_3 \subset \ldots \to E$, avec $\mu(E_n) < \infty$,

---

(3) Cf. E.-H. Moore, *General Analysis, Memoirs Amer. Philos. Soc.*, partie I, 1935, partie II, 1939. $N(x, y)$ est une matrice définie positive si $N(x, y)$ est fini pour tous x, y de E et si, pour toute suite finie des points y_k de E, la forme quadratique hermitienne $\sum_{k,l} N(y_k, y_l)\, \xi_k \bar{\xi}_l$ est définie positive.

(4) Dans la théorie des équations aux dérivées partielles, voir les recherches de S. Zaremba (*Bull. Intern. Acad.*, Cracovie, 1908), et les travaux récents de S. Bergman et M. Shiffer (*Duke Math. J.*, 14, 1947, p. 349, *Bull. Am. Math. Soc.*, 53, 1947 p. 39). Dans la théorie des fonctions analytiques, voir les travaux de S. Bergman et d'autres dont un résumé et la bibliographie sont à trouver dans S. Bergman (*Mémorial des Sciences Math.*, Fasc. 106, 1947). Mentionnons encore les diverses applications des matrices définies positives, spécialement de leur cas particulier, les fonctions définies positives, qui, depuis les recherches de Bochner, Weil, Gelfand et Raikov, jouent un rôle important dans la théorie des groupes, voir R. Godement, *Thèse*, Paris, 1946, et aussi H. Cartan et R. Godement (*Ann. Sc. Éc. Norm. Sup.*, 64, 1947, p. 79).

$n=1, 2, 3, \ldots$; 2° pour tout ensemble A de $\mathfrak{A}$, $\mu(A)=0$. Considérons de plus un *système μ-fondamental* des ensembles $U(x, \rho)$, où x parcourt E et ρ un ensemble de nombres positifs ayant 0 pour limite; ceci veut dire que pour tout ensemble de ce système, $0 < \mu[U(x, \rho)] < \infty$ et que pour toute fonction $g(x)$ sommable dans E, on a

$$g(x) = \lim_{\rho=0} \frac{1}{\mu[U(x, \rho)]} \int_{U(x,\rho)} g\, d\mu, \tag{1}$$

pour tout x à l'exception d'un ensemble de mesure 0. Par exemple, dans un espace euclidien on pourrait prendre pour μ la mesure de Lebesgue et comme $U(x, \rho)$ l'intérieur de la sphère de centre x et de rayon ρ.

Soit F une classe hilbertienne formant un espace de Hilbert, pour laquelle on a pu choisir une classe $\mathfrak{A}$, une mesure μ et un système $\{U(x, \rho)\}$ satisfaisant aux propriétés ci-dessus et tels que : A. Toute f de F soit sommable sur chaque $U(x, \rho)$ et l'intégrale de f, étendue à $U(x, \rho)$, soit une fonctionnelle continue de f dans l'espace de Hilbert formé par F; B. Pour toute fonction $g(x)$ de F, l'équation (1) ait lieu pour tout x *exc.* $\mathfrak{A}$. Dans ces conditions nous posons la

Définition. — Une fonction $N(x, y)$ définie sur le produit $E \times E$ est dite *noyau pseudo-reproduisant*, en abrégé n. p.-r., de la classe F, si : 1° elle est sommable sur tout produit $U(x_1, \rho_1) \times U(x_2, \rho_2)$; 2° pour tout $U(p, \rho)$, l'intégrale de $N(x, y)$ relativement à y (ou x), étendue à $U(p, \rho)$, est une fonction de x (ou y) appartenant à F; 3° pour tout $f(x)$ de F, on a

$$f(y) = \lim_{\rho=0} \frac{1}{\mu[U(y, \rho)]} \left[f(x), \int_{U(y,\rho)} N(x, z)\, d\mu_z \right],$$

pour tout y *exc.* $\mathfrak{A}$.

Le n. p.-r. pourrait dépendre du choix de $\mathfrak{A}$, μ et $\{U(x, \rho)\}$, mais on prouve facilement que, si la classe F admet un n. r., celui-ci est un n. p.-r. de F pour tout choix de $\mathfrak{A}$, μ et $\{U(x, \rho)\}$.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur les êtres fonctionoïdes; procédé de complétion asymptotique.* Note (¹) de M. **Otton Martin Nikodym**, présentée par M. Paul Montel.

4. Reprenons les notions et dénominations de la Note précédente (²). Soit $\mu(a)$ une *mesure* sur la tribu (B) satisfaisant aux conditions suivantes : 1° $\mu(a) \geq 0$; 2° $\mu(a)=0$ équivaut à $a=\theta$ (*mes. effective*); 3° si $a \subset b$, on a $\mu(a) \leq \mu(b)$; 4° $\mu(a+b) \leq \mu(a)+\mu(b)$, (*mes. convexe*); 5° $\mu(I)=1$. M. M. Fréchet a introduit pour les fonctions sommables une notion connue de norme adaptée à la convergence asymptotique. Dans cet ordre d'idées, on

(1) Séance du 2 février 1948.

(2) *Comptes rendus*, **226**, 1948, p. 375.

peut démontrer que, étant donné un agrégat x, il existe un nombre unique $d=\|x\|$ (norme de x) tel que $\mu\{|x|>d \text{ bas } x\}\leqq d\leqq\mu\{|x|\geqq d.\text{ bas } x\}$, où, d'une manière générale, $\mu\{y>\lambda\}$ désigne la somme de tous les a_i dans une r. n. $y=\Sigma_i\lambda_i a_i$ pour lesquels $\lambda_i>\lambda$. Définition analogue pour $\mu\{y\geqq\lambda\}$. Nous avons : $\|x\|\leqq \text{abs } x$; $\|x\|\leqq\mu(\text{bas } x)$; $\|\lambda a\|=\min[\mu(a), |\lambda|]$; $\||x|\|=\|x\|$; si $\|x\|=0$, il existe un soma a tel que $x=0.a$; $\|0.a\|=0$; si $|x|\leqq|y|$ on a $\|x\|\leqq\|y\|$; $\|x+0.b\|=\|x\|$; $\|x^\star\|=\|x\|$; si $\|x_n\|\to 0$, on a $\|\lambda x_n\|\to 0$; si $\lambda_n\to 0$, on a $\|\lambda_n x\|\to 0$; $\|x+y\|\leqq\|x\|+\|y\|$; $\|x.y\|\leqq\|x\|+\|y\|$.

5. Dans ce paragraphe et le suivant nous ne considérerons que les agrégats dont la base est $=I$. Ils représentent un anneau (A^0) commutatif dont le zéro est $0.I$ et dont l'unité est $1.I$. Appelons *suite nulle* (s. n.) toute suite $\{x_n\}$ d'agrégats telle que $\lim\|x_n\|=0$ et, *suite fondamentale* (s. f.), une suite telle que pour tout $\varepsilon>0$ on peut trouver un indice N tel que, si n, $m\geqq N$, on ait $\|x_n-x_m\|<\varepsilon$. Pour que $\{x_n\}$ soit une s. n., il faut et il suffit que quel que soit $\alpha>0$ on ait $\lim\mu\{x_n\geqq\alpha.I\}=0$ et, pour que $\{x_n\}$ soit une s. f., il faut et il suffit que pour tout $\alpha>0$ et $\varepsilon<0$ il existe un N tel que les inégalités n, $m\geqq N$ entraînent $\mu\{|x_n-x_m|\geqq\alpha.I\}<\varepsilon\}$. Si $\{x_n\}$, $\{y_n\}$ sont des s. f. (resp. s. n.) il en est de même pour $\{\lambda x_n\}$, $\{x_n+y_n\}$, $\{x_n.y_n\}$. Si $\{x_n\}$ est une s. f. et $\{p_n\}$ une s. n., $\{x_n p_n\}$ est une s. n. Deux s. f. $\{x_n\}$ et $\{y_n\}$ s'appellent équivalentes : $\{x_n\}\sim\{y_n\}$, lorsque $\|x_n-y_n\|\to 0$. Les s. n. dans leur ensemble représentent un idéal (I) dans l'anneau (A') des s. f. où l'on a défini :

$$\{x_n\}+\{y_n\}=\{x_n+y_n\},\qquad \{x_n\}.\{y_n\}=\{x_n.y_n\}\qquad \{x_n\}=\{\lambda x_n\}.$$

Les classes saturées $\xi, \eta, \zeta, \ldots$ des s. f. équivalentes ou, si on le préfère, les éléments du quotient $(A')/I$ s'appelleront *êtres fonctionoïdes pleins* (ê. f. p.). Écrivons $\xi\sim\{x_n\}$ pour exprimer que ξ est l'ê. f. p. déterminé par le s. f. $\}x_n\}$ et, appelons $\{x_n\}$ *représentant* de ξ. Les opérations $\lambda\xi, \xi+\eta, \xi.\eta$ se définissent par des représentants respectifs $\lambda\{x_n\}$, $\{x_n\}+\{y_n\}$, $\{x_n\}.\{y_n\}$. Les ê. f. p. forment un anneau commutatif (A''), dont la partie déterminée par les s. f. $(x, x, \ldots)$ est isomorphe à (A^0). Son unité est $\{1.I\}$ et son zéro est $\{0.I\}$. Définissons $\|\xi\|$ comme $\lim\|x_n\|$ où $\xi\sim\{x_n\}$ et, $\xi_n\to\xi$ par $\|\xi_n-\xi\|\to 0$ (3) La limite est unique, si elle existe. Pour qu'une suite $\{\xi_n\{$ possède une limite, il faut et il suffit que la condition de Cauchy : $\|\xi_n-\xi_m\|\to 0$ soit satisfaite. L'espace des ê. f. p. est complet. Dans le cas d'ensembles ordinaires mesurables, de la mesure lebesguienne et de fonctions à escalier, les ê. f. p. sont des fonctions mesurables. Si la tribu (B) est celle de sous-espaces d'un espace hilbertien (4), on obtient des transformations hypermaximales symétriques. Remarquons que le procédé de complétion peut être accompli si, au lieu de la convexité de la mesure, on suppose que : si $\mu(a_n)\to\alpha$, $\mu(b_n)\to 0$, on a $\mu(a_n+b_n)\to\alpha$.

(3) Bien entendu, l'indépendance des différentes notions de la manière de représenter les ê. f. p. est démontrée ainsi que leur existence.

(4) Voir O. Nikodym, *Comptes rendus*, **224**, 1947, p. 322 et 628.

6. Définissons $\xi \leqq \eta$ par l'existence de deux s. f. $\xi \sim \{x_n\}$, $\eta \sim \{y_n\}$ telles que $x_n \leqq y_n$ $(n = 1, 2, \ldots)$. On démontre que $\xi \leqq \xi$; si $\xi \leqq \eta$, $\eta \leqq \zeta$, on a $\xi \leqq \zeta$; si $\xi \leqq \eta$, on a $\xi \dotplus \zeta \leqq \eta + \zeta$; si $\{x_n\} \sim \{o.I\}$, on a $\{x_n^+\} \sim \{x_n^-\} \sim \{o.I\}$; si $\{x_n\} \sim \{y_n\}$, on a $\{x_n^+\} \sim \{y_n^+\}$; si $\xi \geqq \{o, I\}$, $\{x_n\} \sim \xi$, on a $\{x_n^+\} \sim \xi$; s'il existe un λ tel que $\xi \leqq \{\lambda . I\}$, il existe un plus petit λ_0 tel que $\xi \leqq \{\lambda_0 . I\}$ et, l'on convient d'écrire $\sup \xi = \lambda_0$. D'une manière analogue on définit $\inf \xi$.

Si $\{\lambda . I\} \geqq \{o . I\}$, on a $\lambda \geqq o$; si $\{\lambda . I\} \geqq \{\lambda' . I\}$, on a $\lambda \geqq \lambda'$; $\inf \xi \leqq \sup \xi$; si $\inf \xi = \sup \xi = o$, on a $\xi = \{o . I\}$: si $\xi \leqq \eta$, $\eta \leqq \xi$, on a $\xi = \eta$; $\{x\} \geqq \{o . I\}$ équivaut à $x \geqq o . I$, $\{x\} \geqq \{y\}$ équivaut à $x \geqq y$. Si $\xi_n \geqq \{o . I\}$ et $\lim \xi_n = \xi$, on a $\xi \geqq \{o . I\}$.

On a $\{\inf \xi . I\} \leqq \xi \leqq \{\sup \xi . I\}$. Si $-\infty < \inf \xi \leqq \sup \xi < +\infty$, il existe une $\{x_n\} \sim \xi$ telle que $\inf \xi . I \leqq x_n \leqq \sup \xi . I$ (ê. f. p. *borné*).

Pour que ξ soit borné, il faut et il suffit qu'il existe un $V > o$ et une $\{x\} \sim \xi$ tels que $|x_n| \leqq V . I$. Posons $\text{abs}\,\xi = \max\{|\sup \xi|, |\inf \xi|\}$. Si $\text{abs}\,\xi \leqq \varepsilon$, on a $-\{\varepsilon . I\} \leqq \xi \leqq \{\varepsilon . I\}$ et réciproquement; $\text{abs}(\xi + \eta) \leqq \text{abs}\,\xi + \text{abs}\,\eta$; si $\text{abs}\,\xi = o$, on a $\xi = \{o . I\}$. Si $\{x_n\}$ est une s. f., il en est de même pour $\{|x_n|\}$; on définit $|\xi|$ par cette suite lorsque $\xi \sim \{x_n\}$.

On a $-|\xi| \leqq \xi \leqq |\xi|$; $|\xi + \eta| \leqq |\xi| + |\eta|$; $|\xi . \eta| = |\xi| . |\eta|$. Si $|\xi| = \{o . I\}$, on a $\xi = \{o . I\}$; si $\text{abs}\,\xi \leqq \lambda$, on a $|\xi| \leqq \{\lambda . I\}$ et réciproquement; $\| |\xi| \| = \|\xi\|$; si $|\xi| \leqq |\eta|$, on a $\|\xi\| \leqq \|\eta\|$. Nous disons que $\{\xi_n\}$ converge uniformément (c. u.) vers ξ, si $\text{abs}(\xi - \xi_n) \to o$. Si ξ_n c. u. vers ξ, on a $\lim \xi_n = \xi$. Pour que $\{\xi_n\}$ c. u, il faut et il suffit que la condition de Cauchy $\text{abs}(\xi_n - \xi_m) \to o$ soit satisfaite.

7. Définissons pour les variétés de (B) : $\|a, b\| = \|(1 . a)^* - (1 . b)^*\|$. On a $\|a, b\| = \mu(a \dotplus b)$ et $\|a, \theta\| = \mu(a)$. On a $\|a, b\| \leqq \mu(a) + \mu(b)$. Nous allons compléter (B) suivant M. H.-M. Mac Neille (*Proc. Nat. As. Sc.*, 24, 1938.) La suite $\{a_n\}$ s'appelle *fondamentale* (s. f.) resp. *nulle* (s. n.) si $\{(1 . a_n)^*\}$ est une s. f. resp. s. n. Par la complétion, on obtient une nouvelle tribu (B′) simplement additive qui représente une extension de (B). On définit pour un $\alpha \in (B')$, $\mu'(\alpha) = \lim \mu(a_n)$ lorsque $\alpha \sim \{a_n\}$. La mesure μ' satisfait aux conditions formelles que $\mu . (B')$ est un espace complet.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Conditions de convergence pour des séries asymptotiques.* Note de M. **Hugh Brunk**, présentée par M. Paul Montel.

L'idée essentielle de cette Note est de fournir un *théorème de consistance* pour les séries de Dirichlet, représentant une fonction holomorphe F (s) dans une région-bande avec une certaine *précision logarithmique*. C'est-à-dire nous donnons des conditions pour qu'une telle série converge vers la fonction qu'elle représente. La notion de précision logarithmique fut introduite par M. Mandelbrojt. Notre méthode consiste à appliquer l'inégalité fondamentale

de cet auteur sur de telles séries [1], de laquelle il résulte que la série correspondante converge vers une fonction $\Phi(s)$, et de former ensuite une équation différentielle, linéaire, homogène avec des coefficients constants que la fonction $F(s)-\Phi(s)$ doit satisfaire, en appliquant alors une méthode de M. Ritt [2] on prouve que $F(s)-\Phi(s)\equiv 0$.

Nous employons les notations et la terminologie de M. Mandelbrojt [3].

Théorème I. — 1° *Soit* $\{\lambda_n\}$ *une suite positive croissante de densité moyenne supérieure* $\overline{D}^*$ *finie et telle que borne inf.* $(\lambda_{n+1}-\lambda_n)>0$.

2° *Soit* $F(s)$ *une fonction holomorphe* $(s=\sigma+it)$ *dans la région* Δ, *donnée par* $\sigma>b$, $|t|<\pi g(\sigma)$, *où* b *est une constante, et où* $g(\sigma)$ *est une fonction continue à variation bornée définie pour* $\sigma>b$, *telle que* $\lim\limits_{\sigma=\infty} g(\sigma)>\overline{D}^*$.

3° *Supposons que, pour une infinité d'entiers positifs* n, *les sommes* $\sum\limits_{k=1}^{m} d_k e^{-\lambda_k s}$ $(m\geq n)$ *représentent* $F(s)$ *dans* Δ *avec une précision logarithmique* $p_n(\sigma)$ *satisfaisant à la condition*

$$\int^{\infty} p_n(\sigma)\, e^{-\frac{1}{2}\int^{\sigma}\frac{du}{g(u)-\overline{D}^*(p_n(u))}}\, d\sigma = \infty.$$

Dans ces conditions la série $\sum d_k e^{-\lambda_k s}$ *converge pour* σ *assez grand vers* $F(s)$. *C'est-à-dire que cette série admet une abscisse de convergence et dans son demi-plan de convergence elle converge vers* $F(s)$ *et son prolongement analytique.*

Ce théorème fournit immédiatement un résultat concernant les séries asymptotiques générales. Soit $\{A_n(\sigma)\}$ une suite de fonctions continues possédant les propriétés suivantes : 1° pour chaque n, la fonction $A_n(\sigma)$ décroît vers zéro, lorsque $\sigma\to\infty$; 2° $A_{n+1}(\sigma)=O\{A_n(\sigma)\}$ pour $\sigma\to\infty$.

La fonction $F(s)$ est représentée asymptotiquement dans la région Δ, contenant des points avec σ arbitrairement grands, par rapport à la suite asymptotique $\{A_n(\sigma)\}$, il n'existe une quantité σ_0, indépendante de n, telle que dans Δ :

$$\left|F(s)-\sum_{k=1}^{n} d_k e^{-\lambda_k s}\right| < A_n(\sigma) \qquad (\sigma>\sigma_0,\ n\geq 1).$$

Cette notion fut introduite par M. Mandelbrojt dans son cours au Rice Institute.

Soit $A(\sigma)$ l'enveloppe inférieure de $A_n(\sigma)$, c'est-à-dire

$$A(\sigma)=\operatorname*{borne\,inf.}_{n\geq 1} A_n(\sigma).$$

---

(1) S. Mandelbrojt, *Annales de l'École Normale Supérieure*, 63, IV, p. 351-378.

(2) *Transactions of the American Mathematical Society*, 18, 1917, p. 22-49.

(3) *Loc. cit.*

Le théorème suivant résulte immédiatement du théorème I.

THÉORÈME II. — *Si les conditions* 1° *et* 2° *du théorème* I *sont satisfaites, et si* F(s) *est représentée dans la région* Δ, *définie dans le théorème* I, *par* $\Sigma d_k e^{-\lambda_k s}$ *asymptotiquement par rapport à la suite asymptotique* $\{A_n(\sigma)\}$, *dont l'enveloppe inférieure* $A(\sigma)$ *est telle qu'en posant* $p(\sigma) = -\log A(\sigma)$, *on a*

$$\int^{\infty} p(\sigma)\, e^{-\frac{1}{2}\int^{\sigma} \frac{du}{g(u) - \overline{D}^{*}(p(u))}}\, d\sigma = \infty,$$

la conclusion du théorème I *subsiste.*

Le cas où $A_n(\sigma) = M_n e^{-\lambda_n \sigma}$ a déjà été démontré par M. Mandelbrojt, dans son cours.

Des généralisations parallèles à celles que M. Mandelbrojt a données à son inégalité peuvent être apportées aux théorèmes I et II.

THÉORIE DES FONCTIONS. — *Sur les fonctions automorphes de n variables complexes.* Note de M. **MICHEL HERVÉ**, présentée par M. Paul Montel.

Soit (D) un domaine de l'espace à n dimensions complexes $x_1, x_2, \ldots, x_n$; je note $y = f(x)$, x et y désignant deux points de (D), un *automorphisme* de (D), autrement dit, une transformation biunivoque et pseudo-conforme de (D) en lui-même, $Df(x)/Dx$ le déterminant fonctionnel de cette transformation; γ étant un groupe discontinu de tels automorphismes, soient $f_p(x)$ les éléments de γ. J'appelle *fonction fuchsienne de dimension k* relative à γ, et je note $\theta_k(x)$, toute fonction holomorphe sur (D) qui vérifie

$$\theta_k[f_p(x)] = \theta_k(x)\left[\frac{Df_p(x)}{Dx}\right]^{-k} \qquad \text{pour tout } p;$$

enfin, *fonction automorphe* relative à γ, le quotient de deux fonctions fuchsiennes de même dimension relatives à γ.

Je me propose de montrer, moyennant les deux hypothèses suivantes :

I. (D) est *borné*; hypothèse non essentielle en ce que le résultat vaudra pour tout domaine (D′) déduit de (D) par une transformation biunivoque et pseudo-conforme;

II. γ admet un *domaine fondamental* dont la fermeture (F) est *intérieure à* (D);

Qu'il existe au plus Ak^n fonctions θ_k linéairement indépendantes, d'où résulte que $n+2$ fonctions θ_k de même k sont liées par une relation algébrique homogène, puis que $n+1$ fonctions automorphes relatives à γ sont liées par une relation algébrique [A désigne une constante ne dépendant que de (D) et γ]. Je m'inspire pour cela d'une démonstration donnée récemment par

C.-L. Siegel [1] pour un domaine (D) particulier, en supposant vérifiée l'hypothèse II ci-dessus.

Démonstration. — Soit une $\theta_k \not\equiv 0$ qui s'annule, ainsi que toutes ses dérivées partielles jusqu'à l'ordre $h-1$ inclus, en un point a de (D); posant

$$w(x) = \sum_{p=0}^{\infty} \left| \frac{\mathrm{D} f_p(x)}{\mathrm{D} x} \right|^2 \quad [2],$$

soit b un point de (F) où la fonction

$$\varphi(x) = \frac{|\theta_k(x)|}{[w(x)]^{\frac{k}{2}}}$$

atteint son maximum M sur (F); on vérifie que

$$\varphi[f_p(x)] = \varphi(x),$$

d'où résulte que M est aussi le maximum de $\varphi(x)$ sur (D).

Supposons alors que (D) contienne la boule fermée [3] de centre a et de rayon $\lambda(a, b)$, où $\lambda > 1$, et (a, b) désigne la distance euclidienne des points a et b; la fonction

$$\psi(\xi) = \frac{\theta_k[a + (b-a)\xi]}{\xi^h}$$

est holomorphe pour $|\xi| \leqq \lambda$, d'où

$$|\psi(1)| \leqq \underset{|\xi|=\lambda}{\mathrm{Max}} |\psi(\xi)| \qquad \text{ou} \qquad |\theta_k(b)| \leqq \frac{1}{\lambda^h} \mathrm{Max} |\theta_k(x)|$$

sur la boule, ou enfin

$$h \leqq \frac{k}{2 \log \lambda} \log \mathrm{Max} \frac{w(x)}{w(b)}$$

sur la boule.

Cela étant, à chaque point a de (F), on peut associer un nombre $\rho(a)$ tel que (D) contienne la boule fermée $(a, x) \leqq \rho(a)$; d'après le théorème de Borel-Lebesgue, λ étant donné, (F) est recouvert par un nombre fini de boules ouvertes $(a, x) < \rho(a)/\lambda$; soient $a_1, a_2, \ldots, a_q$ leurs centres; ces points ne dépendent que du groupe γ, ainsi que la constante $\mathrm{B} = (1/2 \log \lambda) \log(\mu/\nu)$, où μ

---

[1] *Annals of Math.*, 43, 1942, p. 613. Il s'agit des automorphismes

$$\mathrm{Y} = (\mathrm{AX} + \mathrm{B})(\mathrm{CX} + \mathrm{D})^{-1}$$

du domaine (D) défini par la condition : $\mathrm{E} - \mathrm{X}\overline{\mathrm{X}}$ matrice hermitienne définie positive (X et Y étant des matrices symétriques à m lignes, m colonnes, E, la matrice unité). Pour une étude détaillée de ces transformations, cf. C. L. Siegel, *American Journal of Math.*, 65, 1943, p. 1.

[2] Pour la convergence de cette série, cf. L. K. Hua, *Annals of Math.*, 47, 1946, p. 167.

[3] Lieu des x tels que $(a, x) \leqq \lambda(a, b)$.

est le maximum de $w(x)$ sur la réunion des boules fermées $(a_j, x) \leq \rho(a_j)$ $(j = 1, 2, \ldots, q)$, et ν, le minimum de $w(x)$ sur (F).

Supposons maintenant que $\theta_k(x)$ s'annule, ainsi que toutes ses dérivées partielles jusqu'à l'ordre $h-1$ inclus, en *chacun* des points $a_1, a_2, \ldots, a_q$; le point b défini ci-dessus appartient à l'une des boules ouvertes $(a_j, x) < \rho(a_j)/\lambda$; prenant pour a ce point a_j, il vient $h \leq Bk$.

Or, le nombre des conditions linéaires ainsi imposées à θ_k est qC^n_{n+h-1}, donc il ne peut exister $qC^n_{n+h-1}+1$ fonctions θ_k linéairement indépendantes sans que $h \leq Bk$, autrement dit, le nombre maximum de fonctions θ_k linéairement indépendantes est au plus $[q(n+Bk)^n/n!] \leq Ak^n$ pour un choix convenable de A ne dépendant que de n, q, B.

CALCUL NUMÉRIQUE. — *Sur le calcul numérique des matrices.* Note de M. **André Magnier** présentée par M. Gaston Julia.

Une remarque qui me paraît essentielle pour la classification des problèmes de calcul numérique [leur solution dépend donc de l'outillage dont on dispose ([1])] est que ceux-ci se partagent en deux groupes :

Groupe 1. — Ceux dont le résultat ne peut être vérifié qu'en refaisant les calculs numériques qui l'ont fourni et ne peut être amélioré qu'en refaisant ces mêmes calculs avec une plus grande précision.

Groupe 2. — Ceux, au contraire, pour lesquels on possède une méthode qui permet de vérifier une solution approchée et d'en déduire une sensiblement meilleure, donc, par itération plus ou moins rapide, d'en déduire la solution pratique du problème.

Dans l'analyse élémentaire, le calcul de la somme d'une série convergente appartient au premier groupe, le calcul d'une racine d'une équation algébrique au second.

Il peut arriver, bien entendu, que certains problèmes du premier groupe soient de solution plus rapide que certains du second; par exemple la recherche des 20 premières décimales de e est plus rapide que celle des 20 premières décimales de $\sqrt{3}$. Néanmoins, il me semble très important, quand un problème est du second groupe, de le reconnaître, et, par suite, de rechercher parmi les méthodes de vérification celle qui conduira à la meilleure amélioration de la solution approchée.

Cette remarque s'applique particulièrement aux calculs, nécessairement assez pénibles, à effectuer sur des matrices d'ordre supérieur à 4, calculs sur lesquels plusieurs auteurs sont récemment revenus, par exemple M. Hotelling à New-York, en décembre 1941 ([2]). Car c'est à ce groupe qu'appartient le

([1]) Couffignal, *Revue scientifique*, 84e année, 1944, p. 67.

([2]) *Annals of math. statistics*, **14**, 1943, p. 1.

problème de la formation de l'inverse d'une matrice non singulière. Et c'est à lui aussi qu'appartient le problème de la recherche pratique des valeurs propres des matrices et des directions principales correspondantes. Bornons-nous, pour plus de simplicité et bien que la méthode s'étende à tous les cas, aux matrices symétriques. La question, qui n'est pas nouvelle, avait été résolue par Le Verrier ([3]), puis par Jacobi ([4]) dont les remarquables mémoires ont peut-être été un peu oubliés. Récemment, M. H. Wayland ([5]) a donné une intéressante bibliographie des méthodes proposées et comparé les nombres des opérations exigées par chacune d'elles.

Supposons que, par une méthode quelconque, on ait trouvé approximativement les n directions principales (supposées distinctes) de la matrice symétrique $A=(a_i^j)$. Ces directions ne sont qu'approximativement orthogonales, mais un procédé dû à Schmidt ([6]) qui se prête très bien au calcul numérique permet d'abord d'en déduire n vecteurs unitaires orthogonaux très peu différents. Soit K la matrice du changement de coordonnées qu'ils définissent. La matrice transformée $B=K^{\star}AK$ est presque diagonale, c'est-à-dire que ses éléments k_i^j qui peuvent être calculés avec toute la précision désirable, sont petits par rapport aux différences des éléments diagonaux. Dans le nouveau système les directions principales sont données, au second ordre près, par la matrice presque unitaire $1+k$, où k est la matrice symétrique gauche dont les éléments sont fournis par

$$r_i^j = \frac{b_i^j}{b_j^j - b_i^i}.$$

En itérant ce procédé, qui peut d'ailleurs être perfectionné de bien des manières, on obtient les directions principales cherchées avec la rapidité de la méthode de Newton pour la résolution des équations algébriques, c'est-à-dire avec celle que M. Ostrowski ([7]) appelle la rapidité de convergence quadratique. Un produit de trois matrices permet, en outre, toujours de vérifier le résultat.

Il en résulte surtout que les méthodes pratiques rappelées ou récemment proposées, celles, par exemple, qu'on trouvera dans la thèse de M. Kincaid ([8]) n'ont pas à être utilisées pour un calcul précis. Pour un tel calcul elles exigent, en effet, des calculs intermédiaires faits avec trop de décimales. Leur véritable intérêt est de dégrossir le travail de recherche.

([3]) *Journal de Liouville*, 5, 1840, p. 220.
([4]) *Journal de Crelle*, 30, 1845, p. 51.
([5]) *Quarterly of appl. math.*, 2, 1945. p. 277.
([6]) Voir JULIA, *Introduction mathématique aux théories quantiques*, 1, 1936, p. 137.
([7]) Conférence faite à l'Institut Henri Poincaré en 1947.
([8]) *Quarterly of appl. math.*, 5, 1947, p. 320.

ASTRONOMIE PHYSIQUE. — *Sur la variation de la pression électronique et de la gravité de δ Cephei avec la phase.* Note (¹) de Mlle **Renée Canavaggia**, présentée par M. Bernard Lyot.

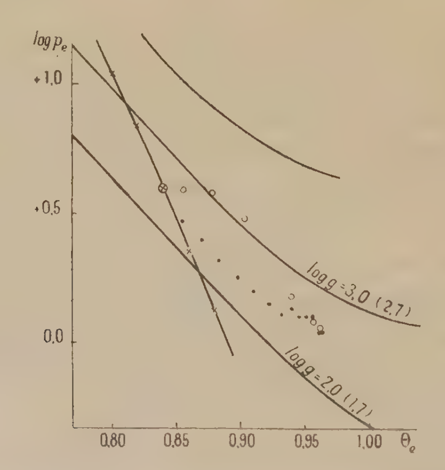
Ayant déterminé expérimentalement, pour δ Cephei, la variation de la discontinuité de Balmer, D, on cherche à en tirer des renseignements sur la variation de p_e et de g.

On admet que l'absorption provient uniquement de H^- et de H, et l'on admet le coefficient d'absorption moyen de Chandrasekhar.

1. *Diagramme des p_e.* — Un diagramme de Chandrasekhar (²) donne, en fonction de θ_e (5040/T effective) et de D, une pression électronique moyenne correspondant à la profondeur optique $\tau = 0,6$. Ce diagramme a été prolongé du côté des faibles T.

2. *Diagramme des gravités g.* — On a calculé des modèles à la manière de Stömgren (³), donnant p et p_e en fonction de τ dans une atmosphère stellaire en équilibre gravitationnel, ceci pour diverses valeurs de θ_e et de g et pour $\log A = 4$. Ces calculs se font rapidement par la méthode de Barbier (⁴), et permettent d'établir un diagramme donnant g en fonction de θ_e et du log de la pression électronique à $\tau = 0,6$. C'est le diagramme de la figure. Les courbes représentées sont les courbes $\log g = 2$ et $\log g = 3$ pour une atmosphère composée uniquement de métaux et de H. Ce sont les courbes $\log g = 1,7$ et $\log g = 2,7$ si l'atmosphère contient des métaux et poids égal de H et de He.

Il s'agit de choisir des θ_e.



Portons dans le diagramme des p_e la valeur de D pour la phase zéro

(¹) Séance du 19 janvier 1948.

(²) *Astrop. J.*, 104, 1946, p. 446.

(³) *Publik. og mindre Meddelelsen*, Copenhague, 1944, n° 138.

(⁴) *Ann. Astrop.*, 9, 1946, p. 173.

(maximum de lumière) et une série de valeur de θ_e. On obtient une série de p_e. A chaque couple θ_e, $\log p_e$ le diagramme 2 fait correspondre un g (*cf.* le tableau I et les étoiles de la figure).

TABLEAU I.

θ_e	0,80	0,82	0,84	0,86	0,88
p_e	11	7,2	4,0	2,3	1,3
g (sans He)	3,1	2,9	2,5	2,1	1,7
g (avec He)	2,8	2,6	2,2	1,8	1,4

Comparons ces g à celle qu'on pourrait attendre en admettant que la structure de l'atmosphère à chaque instant est la structure d'équilibre correspondant à la gravité effective $g+R''$ [$R''=d^2R/dt^2$, R = le rayon]. Les $g+R''$ calculés d'aprés les données de W. Becker (⁵) sont donnés dans le tableau III. Pour la phase zéro, $g+R''=2,25$. Les valeurs vraisemblables du θ_e de la phase zéro (θ_e initial) sont donc, suivant cette hypothèse, 0,86 (atm. sans He) et 0,84 (atm. avec He).

Prenons par exemple θ_e initial $= 0,84$.

Ayant fixé le θ_e initial, on obtient les θ_e successifs suivant la méthode proposée par Milne (⁶) et appliquée par Getting (⁷) et l'on peut tracer dans le diagramme 1 la courbe représentative de la variation des p_e (*cf.* tableau II).

TABLEAU II.

Phase	0,00	0,10	0,20	0,30	0,40	0,50	0,60	0,70	0,80	0,90
D	0,38	0,30	0,22	0,18	0,13	0,11	0.10	0,09	0,12	0,19
θ_e	0,84	0,87	0,90	0,92	0,94	0,95	0,96	0,96	0,94	0,88
$\log p$	0,60	0,40	0,25	0,15	0,13	0,10	0,04	0,06	0,18	0,58

Les θ_e et les $\log p_e$, portés dans le diagramme des g, donnent la courbe de la figure. L'étoile entourée d'un cercle correspond à la phase zéro, les points noirs aux phases 0,05, 0,10 ... jusqu'à ce que le maximum de θ_e soit atteint. Les points sont alors remplacés par des cercles. On voit que les log g restent pratiquement constants jusqu'à la phase 0,75 et passent par un maximum pour les phases 0,85 et 0,90.

C'est précisément l'allure de la variation des $\log(g+R'')$ calculés (*cf.* tableau III).

TABLEAU III.

Phase	0,00	0,20	0,40	0,60	0,80	0,85	0,90	0,95
$\log(g+R'')$	2,25	2,14	2,13	2,16	2,27	2,40	2,42	2,34

Remarque. — Si le diagramme des g avait été établi pour $\log A = 3$, les

(⁵) *Z. f. Astrop.*, **19**, 1940, p. 289.
(⁶) *M. N.*, **94**, 1934, p. 418.
(⁷) *M. N.*, **95**, 1934, p. 139.

courbes log g = const. seraient beaucoup plus horizontales et la variation de g, lue d'après ces courbes, n'aurait pas la même analogie avec celle des $g+R''$.

Pour des θ_e initiaux variables (allant par exemple de 0,80 à 0,88), les courbes représentatives des variations de p_e et g se déplacent dans les graphiques, mais l'allure de la variation se conserve.

Ainsi, la variation de p_e et de g effectif, pour δ Cephei, est en bon accord qualitatif avec une représentation schématique simple de la pulsation. Ce résultat est à rapprocher du résultat contraire obtenu par Pannekoek ([8]) pour les p_e et les g déduits de l'étude des raies (courbes de croissance).

PHYSIQUE THÉORIQUE. — *Relations d'incertitude liées à la complémentarité corpuscules-système de Louis de Broglie.* Note de M[me] **Paulette Destouches-Février.**

1. La construction d'une mécanique ondulatoire relativiste des systèmes de corpuscules, lorsqu'il y a de grandes interactions, s'est heurtée à des difficultés jusqu'ici insurmontées. Si l'on admet que l'on peut considérer des systèmes de corpuscules entre lesquels s'exercent de fortes interactions indépendamment du reste de l'univers et effectuer certaines mesures sur eux et qu'une théorie a pour but de fournir, à partir du résultat de mesures initiales, des prévisions pour les mesures ultérieures, toutes les conclusions de la théorie générale des prévisions ([1]) s'appliquent. En particulier, on peut considérer des éléments initiaux et des éléments de prévision. Comme, dans le cas limite où les interactions deviennent faibles, on doit retomber sur le cas des corpuscules indépendants obéissant à la mécanique ondulatoire, qui est une théorie subjectiviste, on peut affirmer que la théorie à construire doit être subjectiviste; par suite, le principe de décomposition spectrale y sera valable, et l'on aura une théorie du type mécanique ondulatoire convenablement généralisée.

2. La complémentarité des notions d'élément et de système mise en évidence par M. Louis de Broglie ([2]) montre que les constituants perdent leur individualité dans la mesure où ils se fondent dans le système. Dans le prolongement de cette idée on est conduit à admettre que *les constituants d'un système dans lequel il y a de fortes interactions n'ont ni une énergie massique, ni une énergie cinétique individuelle, ni des interactions deux à deux. Le système est fondu et apparaît comme un corpuscule complexe*, de masse totale déterminée, et il est alors représentable par un point. Or on sait traiter le mouvement d'un tel

---

([8]) *Zeeman Congress*, Amsterdam, 1946, p. 761.

([1]) J.-L. Destouches, *Journ. de Phys.*, VII, 7, 1936, p. 305, 354, 427; *Corpuscules et systèmes de corpuscules*, 1941; *Principes fondamentaux de Physique théorique*, t. II, 1942.

([2]) *Rev. Méta. et morale*, 49, 1937, p. 353; *Physique et microphysique*, 1947.

système fondu en mécanique ondulatoire relativiste pourvu que la fusion soit suffisante pour que le mouvement relatif autour du centre de gravité soit évanescent. Soit alors $\mathbf{H}_f$ l'hamiltonien dans ce cas, et $\mathbf{H}_i$ dans le cas de constituants séparés.

3. En poussant dans le sens de l'idée de complémentarité de Louis de Broglie, les deux cas extrêmes des corpuscules indépendants et du système fondu apparaissent complémentaires comme le sont position et quantité de mouvement. Le caractère d'indépendance des corpuscules ou leur caractère de fusion cessent alors d'avoir une signification objective pour devenir relatifs aux procédés de mesure envisagés. Si les processus de mesure qu'on utilise ne rompent pas le système, celui-ci apparaît comme un système fondu, s'ils sont suffisamment puissants pour briser le système, alors les constituants apparaissent avec leur caractère individuel; et il se peut qu'ils n'apparaissent pas toujours les mêmes, la dissociation du système étant en quelque sorte analogue à une création de particules : dissocier un système fortement lié ou créer des particules par action d'un corpuscule rapide sur un noyau sont des phénomènes de même type qui devront être décrits par des formalismes semblables.

4. D'après un théorème de théorie générale des prévisions que nous avons établi à propos de considérations biologiques ([3]), lorsque dans l'étude d'un système deux aspects complémentaires (qui s'excluent mutuellement) doivent être pris simultanément en considération, une théorie non-contradictoire décrivant adéquatement cette complémentarité est nécessairement subjectiviste, on peut affirmer que les éléments de prévision doivent être dérivables par rapport au temps, et l'on peut définir un opérateur hamiltonien $\mathbf{H}$ tel que

$$\frac{\partial \mathcal{U}}{\partial t} = \frac{i}{\hbar} \mathbf{H} \mathcal{U}.$$

A $\mathbf{H}_i$ correspond, dans la nouvelle théorie avec complémentarité, un opérateur $\mathbf{H}'_i$, de même à $\mathbf{H}_f$ un opérateur $\mathbf{H}'_f$ avec mêmes valeurs propres et l'on a

$$\mathbf{H} = \mathbf{H}'_i + \mathbf{H}'_f + \mathbf{R},$$

$\mathbf{R}$ étant un opérateur d'interaction introduit par la complémentarité et qui ne se décompose pas en somme de termes d'interaction deux à deux. On ne connaît la masse d'un constituant que si le système a été dissocié, et la masse du système global que s'il n'y a pas dissociation lors de la mesure. Si $\mathbf{m}$ est l'opérateur de masse d'un constituant, $\mathbf{M}$ celui de la masse du système global, ces deux opérateurs ne commutent pas. Pour un élément de prévision quelconque on pourra toujours calculer les valeurs moyennes de la masse du système et des masses des constituants, ainsi que les écarts-types. On a donc des relations d'incertitude concernant la masse totale et la masse d'un consti-

([3]) *Comptes rendus*, 225, 1947, p. 466.

tuant, comme conséquence de la complémentarité de Louis de Broglie. D'après une formule de Mécanique ondulatoire qui s'étend à ce cas généralisé, on aura

$$\sigma_{m_i}\sigma_{M} \geqq \left| \frac{1}{2i}\overline{(\mathbf{m}_i\mathbf{M} - \mathbf{M}\mathbf{m}_i)} \right|.$$

Le second membre a la dimension d'un carré de masse; si r_0 désigne la longueur minimale envisagée par Heisenberg, comme h/cr_0 a la dimension d'une masse, on aura la relation d'incertitude

$$\sigma_{m_i}\sigma_{M} \geqq k\left(\frac{h}{cr_0}\right)^2,$$

où k est un facteur purement numérique. Dans l'hamiltonien **H** la masse du système apparaît au moyen de l'opérateur **M**, qui a différentes valeurs propres correspondant aux différentes énergies de liaison possibles. La forme de l'opérateur **H** est en partie déterminée par des conditions d'invariance relativiste.

CHALEUR. — *Un procédé commode de coloration des flammes par des vapeurs métalliques*. Note de M. **Pierre Barret**, présentée par M. Gustave Ribaud.

L'introduction d'une vapeur métallique dans une flamme de gaz peut se faire par différents procédés : Kurlbaum et Gunther Schulze placent au-dessus d'un bec Bunsen une nacelle annulaire de platine contenant un sel métallique ([1]). E. Bauer dépose simplement en un point de la grille d'un gros bec Meker un morceau de sel ([2]). Dans son traité de polarimétrie, G. Bruhat cite un procédé qui consiste à faire couler par capillarité une solution chlorhydrique de sel marin le long d'un faisceau de fil de platine ([3]). N. Manson porte du sodium à l'ébullition et fait arriver la vapeur dans la flamme par un tube fin.

Ces procédés sont intéressants parce qu'ils permettent en principe de colorer une région déterminée dans l'épaisseur de la flamme. Ils présentent toutefois plusieurs inconvénients : le procédé de Bauer ne peut être employé que dans le cas d'un gros bec Meker, avec des sels fondus. Le morceau de sel doit être assez gros pour ne pas tomber dans le bec et sa présence influe inévitablement sur l'écoulement gazeux. Dans les autres procédés, il faut introduire dans la flamme un objet métallique qui modifie l'écoulement des gaz et leur température par conduction et rayonnement.

Dans une seconde catégorie, nous rangerons les procédés de pulvérisation à mélange préalable :

Une solution ne peut être pulvérisée par l'effet de la pression gazeuse que si

---

([1]) *Verh. d. d. phys. Ges.*, 8, 1906, p. 239.

([2]) *Annales de Chimie et de Physique*, 8e série, 29, 1913, p. 408.

([3]) *Traité de Polarimétrie*, p. 143.

celle-ci est assez forte, ce qui n'est pas souvent le cas. L'appareil de Dufour charge le courant gazeux d'une poussière saline soulevée par un ventilateur électrique ([3]). La méthode de Kirchhoff et Bunsen, modifiée par Beckmann, consiste à faire passer l'air alimentant la flamme sur une solution du sel étudié contenant du zinc et de l'acide chlorhydrique ([4]). Un procédé, dû à MM. Hemsalech et de Watteville ([5]), consiste à faire passer le gaz ou l'air alimentant le bec Bunsen dans un ballon où se trouvent deux électrodes métalliques de sodium ou de potassium entre lesquelles on fait jaillir des étincelles condensées. Le métal pulvérisé est entraîné par le gaz et vient colorer la flamme. Enfin, un montage Vaidya vient de nous être signalé, dans lequel est inclus un appareil dont le fonctionnement pourrait peut-être s'expliquer par le phénomène dont la description fait l'objet de cette Note. Vaidya fait éclater une étincelle entre deux électrodes constituées par deux tubes effilés remplis d'une solution saline.

Dans notre appareil, le gaz combustible ou l'air d'alimentation du brûleur passe dans un tube de verre cylindrique horizontal de gros diamètre, à l'intérieur duquel éclate normalement à l'axe, une étincelle électrique, entre l'extrémité recourbée en anneau d'un fil de platine parallèle à l'axe et la surface d'une solution saline contenue dans une petite cuvette soufflée à même la paroi du tube et dont le fond est traversé par un fil de platine pénétrant dans la solution.

L'électrolyte est un sel ou une base du métal dont les vapeurs doivent colorer la flamme. Le courant électrique est fourni par une bobine d'induction.

Nous avons étudié en détail le mécanisme du fonctionnement de l'appareil. Lorsque l'électrode extérieure à la solution est anode et dans ce cas seulement, l'étincelle soulève un brouillard extrêmement fin que le courant gazeux entraîne dans la flamme. Ces fines gouttelettes contiennent tous les cations et tous les anions présents dans la solution. Des solutés non électrolytes, comme la fluorescéine, sont également entraînés. Il s'agit donc d'une pulvérisation.

Celle-ci ne se produit que pour un sens bien déterminé du courant : pour ne laisser subsister aucun doute sur celui-ci, un moulin à électrons a été alimenté en série avec le pulvérisateur par la bobine d'induction. Trois autres méthodes ont donné des résultats concordants quant à la polarité des électrodes. Si l'électrode inférieure en contact avec la solution est cathode, la flamme se colore avec intensité. Si cette même électrode devient anode, la pulvérisation cesse et la coloration disparaît complètement. L'intensité de la pulvérisation dépend, en outre, du champ électrique et de la conductivité de l'électrolyte. Dans les conditions où nous opérons, la longueur d'étincelle la plus efficace, sous une tension de 20000 volts est 15^{mm} environ.

([4]) *Ann. de Ch. et de Phys.*, 8e série, **29**, p. 415.
([5]) *Comptes rendus*, **147**, 1907, p. 338.

Nous avons pu, par ce procédé, obtenir dans la flamme du Bunsen, les spectres de tous les métaux alcalins, de tous les alcalino-terreux, du cuivre et du thallium; si la solution contient des sels de plusieurs métaux, les spectres de tous les métaux excitables par la flamme apparaissent simultanément.

Ce pulvérisateur électrolytique, utilisé pour l'étude de la température des flammes par la méthode du renversement des raies, fait preuve d'une grande stabilité de fonctionnement et facilite les mesures grâce à la grande intensité de la coloration obtenue, à sa constance et à la parfaite reproductibilité des essais.

ÉLECTRICITÉ. — *Étude des phénomènes qui suivent l'interruption du courant dans un semi-conducteur liquide.* Note de M. **Jean-Louis Eck**, présentée par M. Aimé Cotton.

On sait que lorsqu'on établit une différence de potentiel entre deux électrodes plongées dans un semi-conducteur liquide, l'intensité du courant décroît à partir d'une certaine valeur initiale i_0, pour venir se fixer à la valeur limite i, atteinte au bout de quelques heures ou de quelques jours.

Si l'on interrompt alors le courant et si on le rétablit ensuite quelques instants, après un intervalle plus ou moins long, on constate que l'intensité instantanée i ainsi mesurée se remet à croître très vite, puis de plus en plus lentement. Avec le nitrobenzène, il faut attendre souvent une semaine pour que cette intensité se stabilise. La valeur i_2 ainsi obtenue est pratiquement égale à i_0 si l'on opère entre électrodes de platine.

Par contre avec les autres métaux, i_2 est toujours inférieure à i_0. La différence est faible avec l'aluminium et le cuivre, elle devient très grande avec le nickel et le zinc. C'est ainsi que j'ai observé les résultats suivants pour un échantillon de nitrobenzène placé entre électrodes de zinc distantes de 2^{cm},5 sous 240 V.

$$I_0 = 225 \cdot 10^{-6} \text{ ampères}$$
$$I = 7,2 \quad \text{»}$$
$$I_2 = 90 \quad \text{»}$$

Dans ce cas, les mesures de mobilité montrent que celle-ci n'a pas varié en cours d'expérience. Il faut donc admettre que la concentration des ions n'a pas repris sa valeur initiale.

Comme d'autre part les anodes sont alors recouvertes d'une légère couche d'oxyde, ces expériences pourraient militer en faveur d'une purification progressive du liquide lors du passage du courant. Les électrodes attaquables réagiraient avec les produits de l'électrolyse, et les impuretés conductrices seraient éliminées au moins partiellement, tandis qu'en présence de platine, ces impuretés, retenues au voisinage des électrodes, diffuseraient dans le liquide, en l'absence de champ électrique.

Cette hypothèse reste insuffisante, car les anodes de cuivre et d'aluminium

présentent une oxydation aussi marquée que celles de zinc ou de nickel, bien que la différence $i_0 - i_2$ soit alors beaucoup plus faible. D'autre part, s'il est indéniable que des charges spatiales accumulées au voisinage des électrodes sont susceptibles de diffuser dans le liquide après interruption du courant, il faut remarquer que l'accroissement progressif du courant instantané i se manifeste encore si l'on nettoie les électrodes ou si on les remplace par d'autres, même si l'on dispose celles-ci perpendiculairement à leur position initiale.

Pour essayer de mettre en évidence le rôle des électrodes et celui du liquide, j'ai isolé dans une cuve remplie de nitrobenzène les compartiments anodique et cathodique, ainsi qu'un compartiment situé dans la zone médiane. Dans ce but, après avoir obtenu le courant limite, j'introduisais dans des rainures creusées dans la cuve en paraffine quatre électrodes collectrices paraffinées extérieurement, ce qui me permettait d'obtenir trois cuves séparées, dans lesquelles je rétablissais à intervalles réguliers le courant dans le sens primitif, en conservant au champ la même valeur.

Le tableau suivant donne les résultats obtenus avec le même échantillon de nitrobenzène entre électrode de platine, de zinc et de nickel. Dans les trois cas la tension initiale était 240 V, la distance anode-cathode $9^{cm},6$. Les intensités instantanées sont données en microampères pour un champ de 25 V/cm.

I_0	Pt......	42,3	I_∞	Pt......	6,52
	Zn......	44,5		Zn......	2,25
	Ni......	47,25		Ni......	5,40

		Compartiments		
		anodique.	médian.	cathodique.
Intensités instantanées au bout de 100 heures	Pt.........	36	19,75	35,2
	Zn.........	10,10	8,20	15
	Ni.........	19,60	15	54

Les intensités instantanées observées dans les trois compartiments immédiatement après introduction des électrodes collectrices étaient, dans chaque cas, égales à I_∞, ce qui prouve qu'aucune impureté conductrice n'avait été introduite dans le liquide.

On voit que si les anodes et cathodes de platine se comportent de façon sensiblement identique, il existe une dissymétrie accusée entre les deux électrodes de nickel, tandis que pour le zinc la restitution des charges est moins accentuée, surtout à l'anode.

Mais le fait essentiel est que, dans les trois compartiments médians, l'intensité croît également : elle devient trois à quatre fois plus grande que I_∞, bien qu'aucune charge ne diffuse alors des électrodes.

Des ions nouveaux se reforment donc lentement au sein même du liquide. On voit que l'accroissement du courant instantané ne provient pas uniquement de la disparition progressive des charges spatiales avoisinant les électrodes.

RADIOÉLECTRICITÉ. — *Sur une méthode de mesure d'impédances, en haute fréquence, utilisant des courbes de résonance sur lignes.* Note de M. **Paul Abadie**, présentée par M. Camille Gutton.

Les méthodes utilisées aux radiofréquences très élevées, avec des lignes, pour effectuer des mesures d'impédances peuvent sommairement se diviser en deux classes : celles où la fréquence et la longueur de la ligne restant fixes, on fait intervenir des rapports de tensions (ou de courants) en des points déterminés de la ligne (on peut citer en particulier la « méthode des ondes stationnaires » très utilisée ces dernières années, non seulement avec des lignes, mais avec des guides diélectriques pour les hyperfréquences); et celles où l'on fait varier, soit la fréquence de l'émetteur, soit la longueur de la ligne, et où l'on relève la variation de la tension (ou du courant) en un point déterminé de la ligne (tracé d'une courbe de résonance).

A cette dernière classe, appartient une méthode décrite par Chipman (1), et utilisée plus récemment en particulier par Essen (2) et Jones et Sear (3). Nous utilisons depuis quelques années (4) une méthode de résonance analogue et nous allons montrer comment elle s'applique, pour l'intermédiaire de formules simples et générales, à la mesure d'impédances quelconques.

Une f. é. m. constante e est introduite à une extrémité court-circuitée de la ligne de mesure de longueur x variable. Le circuit du détecteur est couplé lâchement à la même extrémité et l'impédance à mesurer z ferme l'autre extrémité. Si l'on désigne par i_0 le courant à l'extrémité court-circuitée de la ligne, par $\beta = 2\pi/\lambda$ et α les constantes de phase et d'affaiblissement de cette dernière, par R_c sa résistance caractéristique (on suppose que l'impédance caractéristique se réduit pratiquement à une résistance), et si l'on pose :

$$z = R + jX = R_c(a + jb) \qquad \text{et} \qquad a + jb = \text{th}(u + jv),$$

on obtient aisément à partir des formules classiques des lignes

$$i_0 = \frac{e}{R_c}\,\frac{1}{\text{th}[u + \alpha x + j(v + \beta x)]}, \qquad \text{d'où} \quad |i_0|^2 = \frac{|e|^2}{R_c^2}\,\frac{1 + \text{th}^2(u + \alpha x)\,\text{tg}^2(v + \beta x)}{\text{th}^2(u + \alpha x) + \text{tg}^2(v + \beta x)}.$$

Pour l'étude de la courbe de résonance $|i_0|^2 = f(x)$, on peut supposer que la variation de $u + \alpha x$ est très faible et poser $\text{th}(u + \alpha x) = A$.

---

(1) *Journal of Applied Physics*, **10**, 1939, p. 27-38.
(2) *Journal of the Inst. of Electr. Eng.*, **91**, Part. III, 1944, p. 84-95.
(3) *Journal of the British Inst. of Rad. Eng.*, **5**, 1945, p. 154-172.
(4) *L'Onde Électrique*, **16**, 1937, p. 89-113 et 237-268.

Cette approximation est parfaitement justifiée, et on peut le vérifier aisément, en admettant par exemple pour la ligne de mesure un coefficient de surtension $Q = 1000$, correspondant à une qualité moyenne, soit pour αx, où x est de l'ordre de grandeur de λ, une valeur égale à $\alpha\lambda = \pi/Q = 0,003$ environ.

On écrira donc

$$|i_0|^2 = K\frac{1 + A^2\,\mathrm{tg}^2(v + \beta x)}{A^2 + \mathrm{tg}^2(v + \beta x)} \qquad \text{(K est une constante).}$$

Le maximum de $|i_0|^2$ a lieu pour x_0, tel que $v + \beta x_0 = k\pi$, et si l'on pose $x = x_0 + x'$, on obtient

$$|i_0|^2 = K\frac{1 + A^2\,\mathrm{tg}^2\beta x'}{A^2 + \mathrm{tg}^2\beta x'}.$$

La courbe de résonance est symétrique. On a $|i_0|^2_{\max} = K/A^2$ pour $x' = 0$ et pour une ordonnée m fois plus petite que l'ordonnée maximum, on aura une abscisse x'_1 telle que

$$\frac{1 + A^2\,\mathrm{tg}^2\beta x'_1}{A^2 + \mathrm{tg}^2\beta x'_1} = \frac{1}{mA^2},$$

soit

$$(1) \qquad m\,\mathrm{tg}^2\beta x'_1\,A^4 + (m - 1)A^2 - \mathrm{tg}^2\beta x'_1 = 0,$$

équation d'où l'on tire A.

En résumé, on a $v = -\beta x_0 + k\pi$ et l'on tire A de l'équation (1), d'où $u + \alpha x_0$. Pour avoir u, il faut connaître αx_0. Si l'on peut substituer à z une réactance pure telle que le maximum de la courbe de résonance se produise pour x_0, on détermine de la même façon $A_1 = \mathrm{th}\,\alpha x_0$ d'où αx_0. Le plus souvent, en remplaçant z par un court-circuit, on mesure $\alpha k(\lambda/2)$ et $\alpha(k + 1)(\lambda/2)$, les quantités $k(\lambda/2)$ et $(k + 1)(\lambda/2)$, où k est un entier, encadrant x_0 et l'on interpole.

Ayant ainsi déterminé u et v, on peut calculer a et b par des formules classiques ou encore utiliser les diagrammes d'impédance, tel que celui de Smith [5].

On aboutit pour les formules précédentes à des simplifications évidentes lorsque a étant petit, u est petit et qu'on peut confondre $\mathrm{th}(u + \alpha x)$ avec $u + \alpha x$ et $\mathrm{tg}\,\beta x'_1$ avec $\beta x'_1$.

Nous avons récemment appliqué la méthode précédente dans la gamme des ondes déci- et centimétriques, à des mesures d'impédances de câbles h. f. et à la détermination de coefficients diélectriques dont les résultats seront donnés par ailleurs.

---

(5) *Electronics*, **12**, 1939, p. 29.

ÉLECTRONIQUE. — *Traceur automatique de trajectoires électroniques.* Note [1] de M. **Jacques Marvaud**, présentée par M. Joseph Pérès.

La détermination directe des trajectoires électroniques dans des champs électrostatiques, matérialisés dans une cuve électrolytique, présente l'avantage de supprimer des calculs longs, fastidieux et parfois peu précis. Des appareils de ce genre ont été contruits par Gabor [2] et Langmuir [3]. Ils comportaient un chariot pouvant se mouvoir librement dans un plan horizontal et muni de deux sondes plongeant dans la cuve électrolytique. Le mouvement de ce chariot était tel que la relation

$$R = -2\frac{\Phi}{E_n},$$

où R est le rayon de courbure, Φ le potentiel, E_n le champ suivant la normale, soit constamment satisfaite.

Ces appareils semblent être abandonnés à cause de leur manque de précision dû aux dérapages du chariot et des deux sondes très voisines.

C'est pourquoi nous avons réalisé un appareil utilisant une seule sonde et dont le chariot se déplace le long de glissières rigides suivant deux directions rectangulaires O_x et O_y. Ces déplacements ont lieu alternativement suivant l'une ou l'autre direction d'une longueur telle qu'après chaque série de deux déplacements, la sonde soit de nouveau sur la trajectoire.

Soit à tracer une trajectoire partant d'un point M_0 dont la direction fasse un angle α avec O_x. Nous connaissons le potentiel d'un électron en ce point correspondant à celui Φ_0 de la sonde en M_0; nous aurons les composantes initiales de sa vitesse par

$$v_{x_0}^2 + v_{y_0}^2 = k\Phi_0, \qquad \frac{v_{y_0}}{v_{x_0}} = t_g\,\alpha.$$

D'une façon générale nous avons $v^2 = K\Phi$, d'où nous tirons

$$(1) \qquad v\,dv = k\,d\Phi, \qquad dv = k\frac{d\Phi}{v}.$$

Si nous déplaçons la sonde de $\Delta x = nv_x$ puis de $\Delta y = nv_y$ (n constant), distances suffisamment petites de façon à pouvoir confondre la trajectoire avec sa tangente, nous amènerons la sonde en un nouveau point $\dot{M}$ de celle-ci. Il en résulte lors de ces deux déplacements des variations de potentiel $\Delta\Phi_x$ et $\Delta\Phi_y$ qui permettent de calculer les variations, donc les nouvelles composantes de la

(1) Séance du 2 février 1948.
(2) *Nature*, 139, 1937, p. 373.
(3) *Nature*, 139, 1937, p. 1060.

vitesse. D'après (1) nous avons

$$(2)\qquad \Delta v_x = k\,\frac{\Delta\Phi x}{v_x}, \qquad \Delta v_y = k\,\frac{\Delta\Phi y}{v_y}.$$

Pour déterminer ces composantes, nous utilisons deux potentiomètres constitués chacun par un fil résistant calibré et un tambour gradué proportionnellement à la racine carrée de la résistance r du fil, nous donnant ainsi

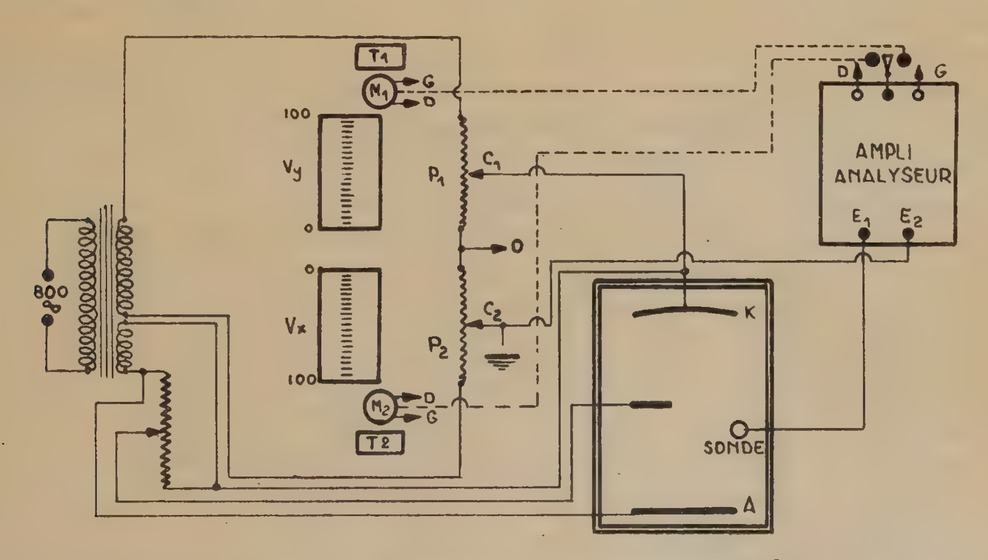
$$v_x^2 = r_x, \qquad v_y^2 = r_y.$$

Au départ le curseur du potentiomètre des v_x est au potentiel Φ_0 de la sonde et indique la vitesse $(v_x)_0$ tel que $(v_x)_0^2 = r_{x_0}$.

Si, tout en déplaçant la sonde suivant la direction OX, nous faisons tourner le potentiomètre de Δv_x, sa résistance variera de Δr_x telle que $\Delta r_x = 2\,\Delta v_x\,v_x$ qui, d'après (2), sera proportionnel à $\Delta\Phi_x$. Donc en alimentant convenablement notre potentiomètre, nous conservons le potentiel de son curseur égal à celui de la sonde.

Grâce au montage suivant, lorsque nous déplaçons la sonde d'une longueur Δx proportionnelle à la valeur lue pour v_x, le potentiomètre des v_x tourne automatiquement; puis lorsque nous déplaçons la sonde de Δy, c'est le potentiomètre des v_y qui tourne.

Après ces deux opérations, nous inscrivons un point de notre trajectoire au moyen d'un stylet supporté par la sonde, sur une feuille de papier disposée au-dessus de la cuve.



Nous ajoutons à ces déplacements une correction $\delta(\Delta x) = (n\Delta v_x/2)$ et $\delta(\Delta y) = (n\Delta v_y/2)$, ce qui revient à prendre la vitesse moyenne [Note de M. Musson-Génon (4)].

(4) *Comptes rendus*, **222**, 1946, p. 858.

Dans un champ uniforme, nous avons lors d'expériences différentes, tracé une série de trajectoires en prenant les mêmes conditions initiales; nous avons obtenu des paraboles sensiblement confondues avec la trajectoire théorique calculée.

Cet appareil n'est pas entièrement automatique puisque l'opérateur est obligé de faire des lectures et de transmettre au chariot les déplacements correspondant à celles-ci. Un appareil, basé sur le même principe, mais entièrement automatique, est en cours de réalisation. Il fera l'objet d'une prochaine communication.

OPTIQUE ÉLECTROMAGNÉTIQUE. — *Sur l'intensité transmise par une lame transparente en régime de réflexion pseudo-totale.* Note [1] de M. **Henri Arzelies**, présentée par M. Jean Cabannes.

1° J'ai donné pour ce problème une théorie directe dans un Mémoire sur la réflexion vitreuse [2]. L'intensité transmise (prise comme exemple; l'intensité réfléchie s'en déduit immédiatement) a pour expression [3]

$$\text{(I)} \qquad \mathcal{I}_T = \frac{f \sin^2 \delta}{1 + f \sin^2 \delta} \quad \text{avec} \quad f = \frac{4 e^{2\gamma' d}}{(1 - e^{2\gamma' d})^2},$$

d étant l'épaisseur de la lame; $e^{\gamma' d}$ l'exponentielle de réduction d'amplitude correspondant à une traversée de la lame; δ le changement brusque de phase correspondant à la réflexion totale sur une intersurface avec la même incidence [4].

Cette formule est valable pour les deux ondes principales et pour des paramètres K *et* μ *quelconques* (rapport des perméabilités électriques et magnétiques de la lame à celles du milieu ambiant). Elle présente en outre une intéressante analogie avec la formule des lames en réflexion non totale [5].

Ainsi que je l'ai signalé, les théories antérieures utilisent en le généralisant, le procédé des angles de réfraction complexe. Elles aboutissent, pour l'intensité transmise, aux deux formules suivantes [6] :

$$\text{(II)} \quad \begin{cases} \text{Onde 1} \quad \mathcal{I}_T = \dfrac{4n^2 \cos^2 i (n^2 \sin^2 i - 1)}{(1 - n^2)^2 S^2 + 4n^2 \cos^2 i (n^2 \sin^2 i - 1)}, \\ \text{Onde 2} \quad \mathcal{I}_T = \dfrac{4n^2 \cos^2 i (n^2 \sin^2 i - 1)}{(n^2 - 1)^2 (n^2 \sin^2 i - \cos^2 i)^2 S^2 + 4n^2 \cos^2 i (n^2 \sin^2 i - 1)}, \end{cases}$$

---

(1) Séance du 26 janvier 1948.

(2) *Ann. de Phys.*, **1**, 1946, p. 5-69.

(3) *Ibid.*, p. 58.

(4) *Ibid.*, p. 26 et 29.

(5) *Ibid.*, p. 60 et *Comptes rendus*, **225**, 1947, p. 111 et 184.

(6) Bouasse, *Propagation de la lumière*, 1925, p. 402.

Ces formules sont aussi établies, avec une écriture légèrement différente, dans les textes

avec $2S = e^{\gamma' d} - e^{-\gamma' d}$; n est l'indice du milieu ambiant par rapport au milieu de la lame.

Mais j'ai montré [7] que le procédé des angles de réfraction complexes conduit parfois à des résultats erronés dans le calcul des amplitudes des ondes évanescentes, et dans le problème actuel des lames, interviennent des ondes évanescentes.

2° Par ailleurs, ces mêmes formules (II) ont été l'objet de vérifications expérimentales satisfaisantes dans au moins deux cas [8] [9].

Or, remplaçons, dans (I), sin δ par sa valeur [4], et faisons ce calcul successivement pour les deux ondes principales. La comparaison des formules ainsi obtenues avec les formules (II) montre que *les deux théories conduisent aux mêmes expressions lorsque* $\mu = 1$. Cela explique l'accord expérimental signalé ci-dessus; les deux Mémoires se placent en effet dans le cas $\mu = 1$, l'un pour les ondes centimétriques amorties (15^{cm}), l'autre pour les ondes lumineuses (5893 Å). Il serait intéressant de compléter ces résultats par des mesures en infra-rouge et en ondes centimétriques ou millimétriques entretenues.

3° *Les deux groupes de formules fournissent des résultats différents lorsque* K *et* μ *sont quelconques*. Je veux dire par là que les formules (II) donnent des expressions inexactes si nous remplaçons l'indice n par sa valeur en théorie électromagnétique, soit, avec les notations actuelles, $1/\sqrt{K\mu}$. Ces formules sont donc inutilisables, par exemple, en technique des ondes centimétriques où les milieux à perméabilité μ quelconque peuvent être envisagés.

4° Cette inexactitude des formules (II) dans le cas général n'est d'ailleurs pas inhérente au procédé de calcul qui utilise les angles de réfraction complexes. Il serait, en effet, possible d'obtenir par ce procédé des résultats corrects, à condition de reprendre complètement le calcul pour le cas général.

Les résultats auxquels conduisent les formules (II) sont néanmoins exacts lorsque $\mu = 1$, par suite d'une compensation de calcul; les termes erronés introduits par la première intersurface sont éliminés par l'autre; je ne puis développer ce point ici.

5° En définitive, la formule (I) me paraît présenter les avantages suivants : Elle est utilisable dans tous les cas. Elle est plus simple que les formules (2), est unique pour les deux ondes principales, et présente la même écriture qu'en réflexion non totale. La théorie directe correspondante fait apparaître, chemin faisant, un certain nombre de particularités intéressantes du phénomène. Certes, cette théorie directe exige que l'on ait établi auparavant la théorie de

---

suivants : SCHÆFER und GROSS, *Ann. der Phys.*, 32, 1910, p. 656; DRUDE, *Winckelmanns Handbuck*, 6, 1906, p. 1275.

[7] *Ann. de Phys.*, 1, 1946, p. 45.

[8] SCHÆFER und GROSS, *op. cit.*

[9] GOSS und HÄNCHEN, *Ann. der Phys.*, 43, 1943, p. 383.

la réflexion des ondes évanescentes. Pour éviter ce détour, M. Abelès ([10]) a proposé récemment une démonstration plus rapide de ma formule; mais c'est en revenant à la notion obscure d'angle de réfraction complexe et en abandonnant par suite la vision directe du phénomène. Il est d'ailleurs possible, si l'on se place dans le cas absolument général d'une lame absorbante, de donner une théorie directe qui réunit tous les avantages de concision et de clarté nécessaires.

Remarque. — Jusqu'à très récemment, par suite des circonstances, je n'avais pas eu connaissance des Mémoires de MM. Scandone et Ballerini([11]). Je signale également un très intéressant mémoire de Maclaurin, généralement ignoré (non cité), et qui contient une théorie générale des lames ([12]).

EFFET RAMAN. — *Spectres Raman des acides cinnamiques, de la chalcone et de quelques composés apparentés.* Note de Mlle **Monique Harrand** et M. **Jean Guy**, présentée par M. Jean Cabannes.

Les spectres Raman de 12 substances cristallisées apparentées à l'acide cinnamique et possédant le radical C = O, ont été obtenus à l'aide du montage déjà décrit ([1]). Certaines variétés cristallines instables ont pu être étudiées en prenant les précautions d'usage contre les germes extérieurs ([2]) : les variétés instables de F 58° et 42° de l'acide *cis*-cinnamique se sont conservées pendant les poses de 3 jours; nous avons également constaté, par les spectres de diffraction X, la bonne conservation de la variété β de l'acide *trans*-cinnamique. Le tableau suivant indique les fréquences des raies Raman observées.

Les intensités, marquées entre parenthèses, sont approximatives.

Acide phénylpropionique. C_6H_5—CH_2—CH_2—CO_2H. — 618 (3), 678 (?), 1005 (2), 1204 (?), 1534 (?), 1608 (?).

Acides cis-*cinnamiques.* C_6H_5—CH=CH—CO_2H. — 42°. — 472 (0), 623 (0), 709 (?), 945 (?), 989 (2), 1004 (4), 1177 (1), 1231 (1/2), 1305 (1/2), 1326 (1/2), 1394 (1/2), 1602 (5), 1622 (1/2), 1661 (5 l).

58°. — 330 (?), 389 (?), 410 (?), 477 (1/2), 566 (?), 618 (?), 707 (?), 840 (1), 940 (1/2), 992 (3), 1005 (1), 1221 (2), 1302 (?), 1330 (?), 1535 (1/2), 1574 (1), 1602 (3), 1632 (6 l).

68°. — 389 (1), 988 (3), 1008 (3), 1220 (1), 1535 (1/2), 1599 (4), 1639 (6 l).

Acides trans-*cinnamiques.* — α. — 584 (?), 622 (1/2), 715 (?), 875 (1),

---

([10]) *Comptes rendus*, **224**, 1947, p. 1494.
([11]) *Nuovo Cimento*, **1**, 1943, p. 13.
([12]) *Proc. Roy. Soc. London*, **76**, 1905, p. 515.

([1]) J. Cabannes, R. Lennuier et Mlle M. Harrand, *Comptes rendus*, **223**, 1946, p. 301.
([2]) E. Biilmann, *Ber dtsch. Chem. Ges.*, **42**, 1909, p. 182 et 1443.

944 (1), 972 (?), 1000 (5), 1027 (1), 1078 (1/2), 1119 (1 l), 1161 (1/2), 1179 (6), 1212 (6), 1239 (1/2), 1266 (2), 1294 (6), 1328 (1), 1443 (2), 1496 (2), 1540 (3 l), 1580 (1/2), 1598 (9), 1640 (12 l).

β. 619 (1), 683 (1), 869 (1/2), 901 (?), 943 (1/2), 1000 (5), 1026 (?), 1113 (?), 1155 (?), 1177 (3), 1205 (?), 1217 (4), 1264 (?), 1289 (3), 1313 (?) 1336 (?), 1441 (2), 1494 (2), 1541 (2), 1582 (1/2), 1599 (9), 1643 (10 l).

Acide benzalmalonique. C_6H_5—CH=C$<^{CO_2H}_{CO_2H}$. — 327 (?), 575 (?), 623 (?), 669 (?), 753 (1), 819 (?), 852 (?), 917 (1), 945 (2), 1003 (2), 1191 (2 l), 1216 (2 l), 1280 (?), 1297 (?), 1326 (?), 1570 (?), 1599 (4), 1628 (4), 1667 (?).

Acide phénylpropiolique. C_6H_5—C≡C—CO_2H. — 536 (1), 757 (1), 945 (1/2), 1004 (4), 1029 (1/2), 1118 (1 l), 1152 (1 l), 1174 (2), 1184 (2), 1210 (8 l), 1389 (?), 1435 (1), 1491 (3), 1540 (2), 1597 (10), 2107 (1/2), 2149 (1/2), 2208 (7 l), 2244 (6 l).

Acide benzoylpropionique. C_6H_5—CO—CH_2—CH_2—CO_2H. — 512 (1), 952 (1/2), 1000 (3), 1164 (1/2), 1184 (1/2), 1204 (1), 1548 (1/2), 1594 (4), 1680 (3).

1.3-*Diphénylpropanone*-1. C_6H_5—CH_2—CH_2—CO—C_6H_5. — 620 (1), 710 (1/2), 744 (1/2), 790 (1), 814 (1), 850 (3), 942 (1/2), 999 (6), 1026 (1/2), 1054 (1/2), 1100 (?), 1154 (3), 1184 (1/2), 1204 (4), 1283 (1/2), 1314 (?), 1492 (?), 1540 (1/2 l), 1596 (5), 1676 (4).

Chalcone. C_6H_5—CH=CH—CO—C_6H_5. — 623 (1/2), 796 (1/2), 862 (?), 898 (?), 945 (1/2), 1004 (4), 1021 (1/2), 1127 (1/2), 1158 (1), 1184 (3), 1212 (2), 1241 (?), 1297 (1 l), 1335 (2 l), 1450 (1), 1497 (2), 1513 (1/2), 1539 (1/2), 1553 (3), 1579 (3), 1601 (9), 1612 (10), 1668 (?).

Benzoylphénylacétylène. C_6H_5—C≡C—CO—C_6H_5. — 537 (1), 619 (2), 697 (1), 939 (1/2), 998 (5), 1180 (2), 1211 (2), 1293 (1/2), 1316 (1/2), 1447 (1/2), 1495 (2), 1538 (2), 1582 (1/2), 1596 (8), 1640 (4), 2101 (1/2), 2150 (1), 2203 (12).

Les deux raies apparaissant vers 1000 et 1600 cm^{-1} sont celles du noyau benzénique.

Les deux acides *trans*-cinnamiques ont des spectres très semblables; les spectres des 3 acides *cis* sont différents entre eux et différents de ceux des trans. Pour les 7 composés éthyléniques étudiés, on devrait trouver 2 raies entre 1600 et 1800 cm^{-1}, celle de la double liaison de la chaîne latérale et celle (de fréquence plus élevée) de C=O. Or on ne trouve très régulièrement qu'une seule raie forte pour tous ces composés; elle semble devoir être attribuée en première approximation à C=C et non à C=O pour les raisons sui-

vantes : 1° cette fréquence paraît trop basse pour appartenir à CO (dans la chalcone elle se situe à 1612 cm^{-1}); 2° dans les dérivés acétyléniques, elle disparaît pour faire place à la raie caractéristique de $C \equiv C$ à 2200 cm^{-1} : il ne subsiste aucune raie susceptible d'être attribuée à $C=O$ dans l'acide phénylpropiolique; par contre le benzoylphénylacétylène présente une raie à 1640 cm^{-1} qui doit appartenir à ce radical; 3° elle disparaît également dans les dérivés à chaîne saturée où la raie observée, ayant une fréquence plus grande (1675-1680 cm^{-1}), est attribuable à $C=O$; 4° les spectres d'absorption infra-rouge des composés éthyléniques présentent deux bandes fortes et bien séparées pour $C=C$ et $C=O$ (1618 et 1675 cm^{-1} pour la chalcone).

Le fait remarquable, et qui reste à expliquer, est l'absence de la raie Raman relative au radical $C=O$ dans certains composés à liaisons conjuguées alors que la bande infra-rouge correspondante est très intense.

PHYSIQUE NUCLÉAIRE. — *L'incertitude dans la détermination des moments magnétiques particulaires. Application à l'observabilité de l'électrino.* Note (1) de M. **Jean Thibaud**.

Pauli et Bohr (2) ont montré qu'aucune expérience de type classique (magnétomètre, Stern-Gerlach) n'est capable de déceler le moment magnétique d'un électron libre. Il est important de rechercher si la même limitation est valable pour d'autres particules et principalement pour l'électrino, corpuscule caractérisé par un moment magnétique μ d'une intensité exceptionnelle (3). Il semble possible d'établir, sur des exemples, que l'objection de Pauli ne s'applique rigoureusement qu'aux cas faiblement relativistes, comme celui de l'électron, mais que lorsque la masse cinétique $m = m_0 \eta$ de la particule devient très grande par rapport à la masse propre m_0, la limitation imposée par la relation d'incertitude se trouve considérablement abaissée, en sorte que le moment μ, non observable pour les électrons, puisse le devenir pour des électrinos.

1. Montrons l'intervention fondamentale du rapport η dans la détermination du mouvement d'un corpuscule chargé, à spin, dans un champ magnétique H inhomogène [mêmes axes que Mott (2)].

a. Indétermination sur la connaissance de la vitesse. — Le rapport de l'incertitude sur la force de Lorentz ΔF_L à la force magnétique F_M, s'écrit (avec $\mu/e = \hbar/2m_0$ et $H/\dot{H} \sim 3$)

$$\frac{\Delta F_L}{F_M} = (e H_y \Delta v_z) \Big/ \mu \frac{\partial H_x}{\partial x} = \frac{e}{\mu} \Delta v_z \times H_y \Big/ \frac{\partial H_y}{\partial y} = \frac{4\pi m_0}{h} \cdot 3\, \Delta v_z,$$

(1) Séance du 2 février 1948.

(2) W. Pauli, *Rapport du Congrès Solvay*, 1932, p. 220; F. N. Mott, *Proc. Roy. Soc. London*, **124**, 1929, p. 440.

(3) *Comptes rendus*, **223**, 1946, p. 984.

L'effet du moment magnétique μ cessera d'être masqué pour

(1) $$m_0 \Delta v_z < \frac{h}{12\pi}.$$

Mais $\eta = (1-\beta^2)^{-1/2}$, donc pour une particule dont la vitesse $v = \beta c$ tend vers c, $\Delta v = c\eta^{-3}\Delta\eta$, en sorte que le coefficient η apparaît dans (1):

(2) $$\eta^3 > \frac{12\pi m_0 c}{h}\Delta\eta.$$

Comme $\Delta\eta < \eta$, (2) sera nécessairement satisfaite en substituant η à $\Delta\eta$, d'où :

(3) $$\eta^2 > \frac{12\pi m_0 c}{h},$$

ou encore, pour une particule d'énergie initiale E suffisante pour que $\eta \gg 1$

(4) $$E^2 > \frac{12\pi m_0^3 c^5}{h} \quad \text{c'est-à-dire} \quad E > 1,2.10^{40}\, m_0^{\frac{3}{2}}.$$

Le moment magnétique ne serait décelable pour un électron, comme pour le méson, que si l'énergie de la particule excédait une centaine de milliards d'électron-volts. Tandis qu'avec l'électrino ($m_0 \sim 10^{-38}$ g) on échapperait pratiquement à l'indétermination sur μ, pour les plus faibles énergies.

b. Indétermination sur la position x. — Le faisceau Oz est défini par une fente Δx. Pour les particules s'éloignant à Δx du plan yOz, il apparaît une composante de F_L dans la direction Oy : $ev_z \Delta x\, \partial Hx/\partial x$, que l'on peut écrire ($\operatorname{div} H = 0$) : $ev_z \Delta x\, \partial Hy/\partial y$. Cette composante doit être faible devant la composante magnétique $\mu\, \partial Hy/\partial y$, en sorte que μ deviendrait observable pour

(5) $$m_0 v_z \Delta x < \frac{h}{4\pi},$$

ou encore, dans le cas d'une particule dont la vitesse atteint c, pour

(6) $$\Delta x < \frac{h}{4\pi m_0 c} \quad \text{c'est-à-dire} \quad \Delta x < \frac{1,7.10^{-38}}{m_0}.$$

On voit que pour une particule ultra-légère, telle l'électrino, la condition serait satisfaite dès que la largeur de la fente serait inférieure au centimètre, ce qui ne fait pas intervenir d'effet de diffraction. Tenant compte de $\lambda = h/m_0\eta v$, on peut aussi écrire (5), suivant une remarque que je dois à M. Louis de Broglie,

(7) $$\Delta x < \frac{\lambda\eta}{4\pi}.$$

Avec l'électron ($\eta \sim 1$), l'effet magnétique serait masqué par la diffraction, mais une expérience de type Stern-Gerlach serait possible pour une particule possédant un coefficient η important (électrino : $\eta \sim 10^7$).

2. Un autre exemple est fourni par une particule (e, μ) s'approchant d'un magnétomètre : le champ magnétique μr^{-3} doit être supérieur à l'incertitude

sur le champ evr^{-2} dû au mouvement de la charge [Mott (¹)]. En écrivant l'incertitude sous la forme $\Delta r \Delta v \sim h/2\pi m_0 \eta$, cette condition devient

$$\Delta r > \frac{r}{\eta}, \tag{8}$$

qui ne saurait être remplie que dans le cas $\eta \gg 1$.

3. D'une façon plus rigoureuse, il serait souhaitable de rechercher en partant de l'équation d'ondes de Dirac la limite de validité de l'approximation de l'optique géométrique en mécanique ondulatoire, ceci pour des corpuscules (e, μ) ayant une masse propre m_0 extrêmement faible

4. Dans le spectrographe magnétique à caustiques et la méthode des enveloppes, que j'ai proposé [3] pour l'étude d'une particule essentiellement spin, on fait appel à la notion de trajectoires corpusculaires, déterminées, à chaque instant, par la composition de la force de Lorentz F_L et la force magnétique $F_M = \mu \dot{H}$, toujours de même direction. Ces conclusions n'auront un sens, et les trajectoires (ou leurs enveloppes) ne pourront être définies que si l'incertitude sur F_L est extrêmement petite devant F_M. Les raisonnements précités indiquent que tel serait le cas de la particule nouvelle ultra-légère que j'ai décrite : l'électrino, corpuscule essentiellement relativiste, avec une masse propre voisine de 10^{-38} g, et un coefficient $\eta \sim 10^7$, entre donc dans la catégorie des particules dont le moment magnétique pourra être expérimentalement décelé sur une trajectoire.

RAYONS COSMIQUES. — *Multiplication de particules rapides dans le gaz de la chambre de Wilson.* Note [1] de M. **Jean Daudin**, présentée par M. Frédéric Joliot.

Au récent congrès de Cracovie, P. M. S. Blackett a rendu compte de quelques clichés représentant des fourches ou des coudes de particules rapides de grande énergie produits dans le gaz de la chambre à quelque centimètres au-dessous d'un écran de plomb. Ces clichés présentent sur ceux que nous avions nous-même obtenus et publiés en diverses occasions, un grand avantage; le champ magnétique permet la mesure des énergies. Cependant, étant donné le petit nombre actuel de documents, il est intéressant de rappeler l'ensemble des clichés obtenus en 1943 au cours de la mission organisée par M. Leprince-Ringuet.

La figure 3 [2] reproduit le cliché 16 [3]. D'après un examen plus poussé il

---

(³) *Comptes rendus*, 225, 1947, p. 999 et 1302.

(¹) Séance du 12 janvier 1948.

(²) *Comptes rendus*, 218, 1944, p. 275.

(³) *Comptes rendus*, 218, 1944, p. 192.

est douteux que le choc ait émis l'électron très fin voisin. Il ne s'agirait donc que d'un *scattering* simple de grand angle. On a compté sur cette trajectoire 20 amas de gouttelettes sur 8^{cm}, alors que les trajectoires normales sur les clichés voisins en présentent 142 sur 107^{cm}. L'ionisation est presque certainement supérieure à la moyenne et probablement double. Ce caractère, mal visible sur la reproduction, le film étant vieux, n'est pas acceptable chez un électron assez rapide pour ne pas présenter de scattering multiple. D'autre part un proton ionisant si peu devrait traverser l'écran de 15^{mm} de plomb, le cliché suggère qu'il s'agit d'une particule de masse intermédiaire subissant un scattering considérable en un seul acte.

Sur le cliché 12, on voit une *étoile* à deux branches et une particule pénétrante concourante avec une autre et provenant de la masse de plomb siège des gerbes pénétrantes et divergentes : il s'agit de trajectoires associées à une gerbe de mésons. La deuxième particule paraît donner une fourche serrée à 1 ou 2^{cm} au-dessous du plomb, fourche dont les deux branches s'équilibrent de part et d'autre de la direction initiale. L'absence préalable de diffusion après traversée de plusieurs centimètres de plomb, le petit angle de la fourche semblent bien témoigner de grandes vitesses. Naturellement, la fourche pourrait être constituée par un méson et un électron de choc très rapide dans le gaz. Mais il est anormal d'observer tant de chocs et toujours après traversée de plomb.

En outre, il est difficile de fournir une explication normale au cliché 14 ([4]) : une particule formant 14 amas de gouttelettes sur 7^{cm} expulse successivement dans le gaz à 2^{cm} de l'écran de plomb une trajectoire horizontale rapide puis une autre dirigée vers le bas, le sommet de chaque fourche étant marqué par un nuage de gouttelettes (la deuxième fourche n'est pas plane).

La figure 3 ([3]) reproduit le cliché 8 des *Annales* [également cliché 1 ([6])]. Il s'agit d'une gerbe nucléaire appartenant à une gerbe d'Auger partiellement groupée en paires régulières. Ici, c'est la dernière paire qui nous importe. Elle est créée dans le gaz et est très serrée. Une troisième trajectoire paraît bien issue du sommet de cette paire (inobservable en stéréoscopie), l'ensemble étant groupé de part et d'autre d'une trajectoire primaire faisant partie de la gerbe principale (fourche à trois branches).

La figure 2 ([6]) représente une gerbe assez analogue créée dans 15^{mm} de plomb. La trajectoire centrale est une paire de trajectoires indiscernables. Les deux paires serrées de part et d'autre ont leur origine dans deux amas de gouttelettes situés à 2^{cm} au-dessous du plomb. Elles sont dues à deux trajectoires ionisantes. Ces paires, pas plus que les précédentes, ne peuvent être attribuées à un dédoublement des trajectoires par le champ électrique.

([4]) *Ann. de Phys.*, 19, 1944, p. 120.

([6]) *Nature*, 156, 1945, p. 420.

La figure 4 ([5]) présente, dans une gerbe d'Auger riche en rayons pénétrants, deux gerbes qui se développent également en partie dans le gaz.

Citons encore deux clichés obtenus par le même montage que les trois précédents. Dans l'un, une gerbe produite dans 15^{mm} de plomb comporte une trajectoire apparemment assez ionisante qui se divise 3^{cm} plus bas. Il s'agit sans doute d'une paire serrée dont l'une des branches subit un choc qui la dévie sous 30°, sans scattering multiple.

Dans l'autre cliché naît une gerbe de plus de 20 rayons. Elle comporte un pinceau central non résolu, une ou deux paires divergentes non résolues et deux pinceaux de trois et quatre trajectoires d'angle total 8° émis à 30 et 45° de la direction primaire. Le pinceau de quatre trajectoires comprend une paire très serrée et les deux autres rayons forment une fourche de 3 à 4° à 2^{cm} du plomb.

Naturellement nous laissons de côté les électrons Compton et les matérialisations.

Ainsi ces clichés nous avaient déjà suggéré ([2]) l'intervention dans les gerbes nucléaires de particules à très forte interaction se manifestant par des fourches (avec amas de gouttelettes au sommet) ou des coudes brusques. Les clichés de Blackett et Rochester présentent les mêmes caractères, nous apportent la preuve décisive d'une grande énergie. Peut-être ces effets sont-ils, comme nous le suggérions, en relation avec les mésons vectoriels. Constatons qu'aujourd'hui les gerbes paraissent, aux yeux de chercheurs plus nombreux qu'autrefois, présenter une complexité inattendue ([7]).

CHIMIE THÉORIQUE. — *Structure électronique et pouvoir cancérigène des dérivés du 4-aminostilbène.* Note ([1]) de Mme **Alberte Pullman.**

En développant les idées de Schmidt ([2]) nous avons montré que la grandeur du pouvoir physiopathologique des molécules formées par accolement de noyaux benzéniques évolue parallèlement à la concentration des charges de certaines régions de leur périphérie et essentiellement de la région méso-phénanthrénique ([3]). Dans le même ordre d'idées, B. Pullman a proposé ([4]) de relier l'activité cancérigène du second grand groupe de composés actifs, celui des molécules azoïques, à la grandeur de la concentration des charges électroniques sur leur région médiane — N = N —.

([5]) *Ann. de Phys.*, **20**, 1945, p. 563.

([7]) *Comptes rendus*, **218**, 1944, p. 830.

([1]) Séance du 2 février 1948.

([2]) *Naturwissenschaften*, **29**, 1941, p. 146.

([3]) A. Pullman, *Annales de Chimie*, 2, 1947, p. 5.

([4]) *Comptes rendus*, **222**, 1946, p. 1501.

Récemment un nouveau groupe de composés cancérigènes, constitué par les dérivés du 4-aminostilbène, a été découvert par Haddow, Harris et Kon ([5]), et il semble combler en quelque sorte l'espace situé entre les hydrocarbures aromatiques et les composés azoïques, ces derniers pouvant être considérés comme des dérivés du stilbène dans lequel les CH de la liaison éthylénique médiane ont été remplacés par deux atomes d'azote.

L'examen du diagramme électronique du 4-aminostilbène permet de constater que l'influence du substituant se manifeste d'une façon forte dans le noyau auquel NH_2 est attaché, mais qu'elle est par contre extrêmement

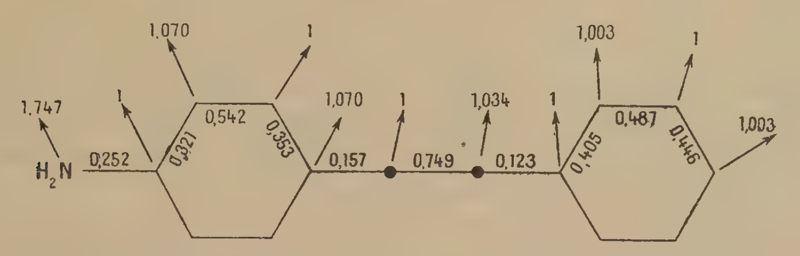


Diagramme électronique du 4-aminostilbène. Pour les détails de sa construction voir B. Pullman. *Influence des substituants sur la structure électronique des molécules aromatiques* [*Bull. Soc. Chim.* (sous presse)]. Les grandeurs figurées sont les charges électriques (aux sommets) et les indices de liaisons (sur les liaisons).

faible dans le noyau opposé. Cette faiblesse des perturbations électroniques produites dans les noyaux autres que celui où se trouve le substituant est un trait caractéristique des molécules à cycles séparés, la décroissance des perturbations avec l'éloignement du point d'attache du substituant étant dans ce groupe beaucoup plus brusque, qu'elle n'est dans les molécules à noyaux accolés. La perturbation subie par la liaison éthylénique médiane prend une valeur intermédiaire. Ces résultats montrent que les formules habituellement employées pour traduire l'action des substituants dans ce groupe de corps, formules indiquant une séparation des charges entre le substituant et la position p' ont en réalité une importance très faible, bien inférieure à celle des formules indiquant un apport de charges sur les sommets *ortho* et *para* du noyau substitué. Une comparaison utile peut être faite entre la répartition des indices de liaison dans le 4-aminostilbène et le stilbène lui-même ([6]). On note entre autres l'apparition de la dissymétrie des liaisons *simples* extra-cycliques dans le dérivé substitué.

L'ensemble des données actuelles, trop limité pour permettre des conclusions définitives, n'est pas en contradiction avec *la possibilité d'une relation entre le pouvoir cancérigène des dérivés du 4-aminostilbène et la grandeur de la charge*

([5]) *Biochem. J.*, proc. II, 39, 1945; Haddow, *Brit. Med. Bull.*, 4, 1947, p. 314, 331.

([6]) Pour le diagramme du stilbène, voir réf. I. Sur ce diagramme les grandeurs sur les liaisons indiquent le *double* des indices de liaisons.

concentrée sur la liaison éthylénique médiane. Parmi les facteurs parlant en faveur de l'hypothèse énoncée, signalons la nécessité, pour l'existence de l'activité physiopathologique, d'une configuration *trans*, seule capable de conserver la planéité de la molécule et d'assurer ainsi l'existence d'une résonance libre, la disparition du pouvoir cancérigène par l'hydrogénation de cette liaison ou par la fixation de substituants sur ses extrêmes, l'exaltation de l'activité essentiellement par des substituants placés en *ortho* ou *para* par rapport à la liaison médiane, seules positions permettant un apport appréciable de charges sur cette liaison. En réalité une analogie formelle peut être trouvée et a été signalée déjà par Haddow entre la liaison méso-phénanthrénique des hydrocarbures aromatiques et la liaison éthylénique médiane du stilbène. D'autre part il n'est pas impossible que dans certaines molécules cancérigènes de cette série possédant des groupements polynucléaires comme par exemple dans l'α-(4-diméthylaminophényl)-β-(α-naphtyl)-éthylène d'autres régions très activées et cancérigènes puissent naître dans le noyau aromatique.

Un fait particulièrement curieux est la disparition de l'activité du 4-aminostilbène par l'adjonction d'un second substituant en p'. Il est probable que ce phénomène est dû à ce que la conjugaison simultanée de deux groupements polaires placés dans le stilbène sur des noyaux différents est rendue difficile par le fait qu'elle s'accompagne de la destruction de la résonance benzénique des noyaux.

CHIMIE THÉORIQUE. — *Conjugaison simultanée de plusieurs substituants avec un cycle aromatique*. Note [1] de MM. **Gaston Berthier** et **Bernard Pullman**.

Dans la méthode des diagrammes moléculaires [2], la conjugaison simultanée de plusieurs substituants (ce terme comprend des groupements extracycliques polaires ou non polaires et des hétéroatomes) avec un cycle aromatique a été considérée jusqu'ici comme déterminée par simple additivité des actions dues à chacun d'eux [3]. Ceci constitue un procédé de première approximation, car l'on conçoit qu'à côté des formules traduisant l'action séparée de chaque substituant, il apparaisse dans les molécules polysubstituées de nouvelles formules mésomères traduisant la conjugaison simultanée. Ce dernier groupe de formules est représenté sur la figure 1 dans le cas particulier de deux groupements vinyles fixés sur un noyau benzénique.

La méthode des paires électroniques ne se prêtant pas commodément à l'évaluation de l'action de ce nouveau facteur, nous avons cherché à déterminer son influence en calculant à l'aide de la méthode des orbites moléculaires les

(1) Séance du 2 février 1948.

(2) R. Daudel et A. Pullman, *Comptes rendus*, 222, 1946, p. 663.

(3) A. Pullman, *Annales de Chimie*, 2, 1947, p. 5.

diagrammes électroniques des diverses molécules mono- et disubstituées. La modification apportée dans le taux de la conjugaison séparée de chaque substituant par la conjugaison simultanée fournit alors des renseignements directs

Fig. 1.

sur le rôle des formules de la figure 1. La figure 2 représente les diagrammes moléculaires du styrolène ([4]) et ceux des trois divinylbenzènes. Les grandeurs sur les liaisons indiquent les indices de liaisons et celles placées aux sommets

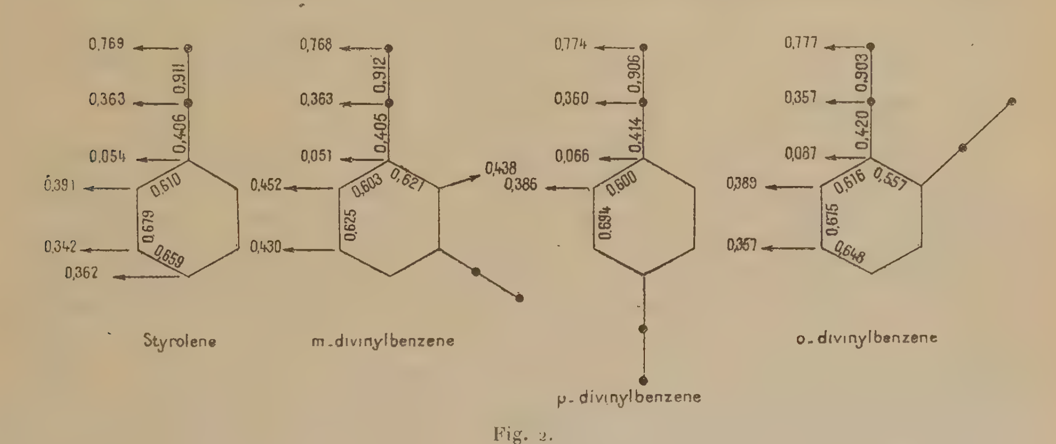


Fig. 2.

les indices de sommets selon la systématique développée par Coulson ([5]). Le taux de conjugaison des substituants peut être commodément évalué par la valeur de l'indice de la liaison *simple* extracyclique.

On constate que le taux de conjugaison d'un vinyle n'est pratiquement pas modifié par la présence d'un second vinyle en *méta*, mais qu'il est *augmenté* par celle d'un second vinyle en *para* et surtout en *ortho*. Dans les cas où la conjugaison simultanée sur un noyau benzénique n'oblige pas à tracer une liaison ineffective à l'intérieur du cycle, le rôle des formules de la figure 1 est donc *d'augmenter* la conjugaison caractéristique des substituants dans la molécule monosubstituée. De plus, l'*exaltation de la conjugaison est d'autant plus grande que le cycle correspondant à la formule représentative de la conjugaison simultanée possède une plus grande stabilité énergétique*. Ce cycle est représenté par

([4]) Construit par C.-A. Coulson (Communication privée).
([5]) *Trans. Faraday Soc.*, **42**, 1946, p. 106 et 265.

deux doubles liaisons isolées dans le cas du dérivé *para* et par un système de deux doubles liaisons conjuguées dans le cas du dérivé *ortho*.

Des calculs analogues effectués pour des molécules polynucléaires et dont nous présentons ailleurs les détails (6) confirment ce principe. Ils indiquent toutefois que dans l'étude comparative des diverses molécules, il convient de considérer en plus les variations du contenu énergétique correspondant au passage de la forme non substituée à la forme disubstituée. Ainsi, par exemple, l'adjonction au *p*-vinylbiphényle d'un second vinyle en *p'* ne produit pas d'augmentation appréciable de la conjugaison propre de chaque substituant. Ce phénomène est dû au fait que la conjugaison simultanée n'est possible dans ce cas que par la destruction de la résonance benzénique des noyaux. Le cas des substituants polaires et des hétéroatomes est analogue à celui étudié ici et les mêmes effets paraissent y être plus prononcés.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Sur la constante d'ionisation de quelques acides et amines cyclaniques et aromatiques*. Note de MM. **Guy Bardinet** et **Maurice Métayer**, présentée par M. Paul Pascal.

L'un de nous (1) a déjà signalé l'influence de la structure des diacides organiques sur la valeur de la constante d'ionisation. Nous avons étendu nos recherches à des monoacides et des amines cyclaniques dans le but de mettre en évidence l'influence de l'hydrogénation du noyau sur la mobilité des groupements ionisables. Étant donné le peu de solubilité de certaines des substances étudiées, nous avons surtout utilisé comme solvant un mélange d'eau et d'acétone à 10 % suivant une technique déjà décrite (1).

Préparation des produits. — L'acide cyclohexylpropionique a été obtenu par hydrogénation de l'acide cinnamique au moyen du nickel Raney.

L'acide β-(4-hydroxycyclohexyl) propionique a été obtenu de la même manière à partir de l'acide parahydroxycinnamique (2).

L'α-phényléthylamine a été préparée par action de la formamide sur l'acétophénone, isolement du dérivé formylé et hydrolyse de celui-ci. Son hydrogénation a donné l'α-cyclohexyléthylamine.

La β-phényléthylamine a été obtenue par hydrogénation du cyanure de benzyle suivant une méthode mise au point par l'un d'entre nous et qui conduit à des rendements sensiblement quantitatifs.

L'hordénine nous a été fournie par l'U. C. L. A. F.

L'hexahydrohordénine a été obtenue par hydrogénation au nickel Raney de l'hordénine.

---

(6) G. Berthier et B. Pullman, *Bull. Soc. Chim.* (sous presse).

(1) P. Mastagli et G. Bardinet, *Comptes rendus*, 223, 1946, p. 667.

(2) P. Mastagli et M. Métayer, *Comptes rendus*, 224, 1947, p. 1179.

Les résultats des mesures faites sur les acides sont résumés dans le tableau suivant.

Acides.	$k.10^5$ dans eau-acétone (25°).	$k.10^5$ dans eau (25°). Par nous.	Litt.
Cinnamique $C_6H_5CH{=}CHCOOH$	2,26	3,57	3,5 (3)
Dihydrocinnamique $C_6H_5CH_2CH_2COOH$	1,33	2,14	2,27 (4)
Cyclohexylpropionique $C_6H_{11}CH_2CH_2COOH$	0,88	–	1,34 (5)
Parahydroxycinnamique $OHC_6H_4CH{=}CHCOOH$	–	–	2,14 (6)
Parahydroxydihydrocinnamique $OHC_6H_4CH_2CH_2COOH$	–	–	1,73 (7)
β-(4-hydroxycyclohexyl)-propionique *trans* $OHC_6H_{11}CH_2CH_2COOH$	0,95	1,39	–

Sur ce tableau (sur lequel nous avons inscrit deux acides non étudiés par nous), on vérifie :

1° que la loi de variation de k dans le solvant utilisé est la même que dans l'eau ;

2° que la double liaison voisine de l'hydrogène mobile exalte k;

3° que l'hydrogénation de la double liaison puis celle du noyau entraîne une diminution notable de k;

4° que l'influence du groupe OH apparaît moins irrégulière.

En ce qui concerne les amines, nous avons utilisé la même technique. Toutefois, le platinage des électrodes produisant une diminution (plus ou moins sensible suivant les amines) de la résistance de l'électrolyte, par suite d'une décomposition catalytique souvent signalée (8), nous avons utilisé des électrodes de platine brillant qui nous ont donné toute satisfaction. Des précautions doivent être prises pour éviter la carbonatation. L'emploi du solvant mixte permettant de solubiliser immédiatement l'amine dans l'acétone est ici particulièrement avantageux.

Le tableau suivant résume nos résultats.

Acides.	$k.10^5$ dans eau-acétone (25°).	$k.10^5$ dans eau (25°). Par nous.	Litt.
α-Phényléthylamine $C_6H_5CH(NH_2)CH_3$	0,98	2,46	–
Cyclohexyléthylamine $C_6H_{11}CH(NH_2)CH_3$	12,8	–	–
β-Phényléthylamine $C_6H_5CH_2CH_2NH_2$	2,56	7,09	6,78 (8)
Hordénine $OHC_6H_4CH_2CH_2N(CH_3)_2$	1,03	–	–
Hexahydrohordénine $OHC_6H_{10}CH_2CH_2N(CH_3)_2$	3,08	–	–

(3) OSTWALD, *Ph. Chem.*, 3, p. 276.

(4) OSTWALD, *Ph. Chem.*, 3, p. 271.

(5) ZELINSKI et C. ISGARYSCHEV, 1, 1909, p. 532.

(6) OSTWALD, *Ph. Chem.*, 3, p. 277.

(7) OTSWALD, *Ph. Chem.*, 3, p. 273.

(8) GLASSTONE, *Electrochimie des solutions*, p. 61.

(8) *J. Am. Chem. Soc.*, 52, 1930, p. 5079.

On voit que, contrairement à ce qui se passe pour les acides, l'hydrogénation exalte notablement la conductibilité.

Ainsi se trouve vérifiée par une mesure physique l'influence de l'hydrogénation des noyaux benzéniques sur la mobilité des groupements ionisables acides ou basiques.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Sur les chaleurs d'adsorption de l'azote par le charbon actif.* Note de M. **Jean Perreu**, présentée par M. Paul Pascal.

Le dispositif décrit dans une précédente Note ([1]), légèrement modifié, m'a permis de mesurer, à 0° C., les chaleurs d'adsorption de l'azote, par le charbon actif de noix de coco.

1. Définitions. — A. *Concentrations.* — La concentration en gaz, de l'adsorbant, représente, soit le poids *m*, en milligrammes, soit le nombre *c* de mol/g ([2]) du gaz fixé sur 1^g de charbon.

B. *Chaleurs d'adsorption.* — *a. La chaleur intégrale d'adsorption*, Q_c, pour la concentration *c*, est le nombre de calories dégagées par l'adsorption de *c* mol/g de gaz sur la surface nue de 1^g de charbon. Rapportée à la molécule-gramme gazeuse, adsorbée par la quantité correspondante de charbon, soit par 1/c g de ce dernier, cette chaleur intégrale, Q'_c, a pour expression

$$Q'_c = \frac{1}{c} Q_c. \tag{1}$$

b. La chaleur différentielle d'adsorption, q_c, pour la concentration *c*, est l'effet thermique produit par l'adsorption d'une molécule-gramme gazeuse, par un grand excès de charbon de concentration *c*. On a la relation

$$q_c = \frac{dQ_{c'}}{dc}. \tag{2}$$

2. Masse d'adsorbant employé et précision thermique dans les mesures. — J'ai employé, dans la détermination des chaleurs intégrales, de 2 à $4^g,5$ de charbon actif; ce poids doit atteindre 15 à 20^g dans la mesure des chaleurs différentielles. Le diamètre du capillaire calorimétrique, gradué et calibré, étant de $0^{mm},30$, l'erreur thermique absolue, dans les mesures, est inférieure à 0,015 calg/g ([3]), si l'on évalue le retrait mercuriel, à la loupe, au 1/10 de millimètre.

([1]) *Comptes rendus*, 254, 1947, p. 1157.
([2]) Mol/g lire molécule-gramme.
([3]) Cal/g lire calorie-gramme.

3. Résultats obtenus.

Concentrations		Chaleurs intégrales		Chaleurs différentielles
m.	$c.10^5$.	Q_c. cal/g	Q'_c. cal/g	q_c calculées. cal/g
0,086	0,29	0,02	6900	6900 (mesurée)
0,54	1,93	0,13	6730	6730
1,24	4,40	0,23	4620	4620 (calculée)
2,34	8,36	0,38	4550	–
3,02	10,8	0,50	4630	–
3,99	14,25	0,65	4560	4620 (calculée)
5,80	20,70	0,96	4640	4630
6,55	23,40	1,07	4580	4630
8,54	30,49	1,41	4630	4630
9,46	33,79	1,56	4620	4630
$9,86_5$	35,23	1,64	4660	4620
10,83	38,70	1,80	4650	4630
12,53	44,75	2,07	4620	4630
13,79	49,25	2,28	4630	4630
14,32	51,15	2,37	4630	4630
$15,35_6$	54,84	2,54	4630	4630
$16,41_5$	58,63	2,73	4660	4630

4. Conclusion. — Pour des concentrations c supérieures à 5.10^{-5} mol/g environ, la fonction $Q_c = f(c)$ est convenablement exprimée par la relation empirique

$$Q_c = 4660 \times c^{1,001} \tag{3}$$

et la courbe représentative est très sensiblement rectiligne. Dans ces conditions, Q'_c a pour expression

$$Q'_c = 4660 \times c^{10^{-3}}, \tag{4}$$

aux concentrations plus faibles, ces deux formules donnent des nombres inférieurs aux résultats expérimentaux.

Les chaleurs différentielles d'adsorption q_c, pour les valeurs de c supérieures à 4×10^{-4} mol/g, ont été calculées à partir de l'équation

$$q_c = \frac{dQ_c}{dc} = 4660 \times 1,001 \times c^{10^{-3}}. \tag{5}$$

Elles sont sensiblement constantes, comme l'indique l'allure rectiligne du graphique $Q_c = f(c)$, et voisines de 4630 cal/g. Les mesures effectuées aux faibles concentrations donnent des nombres plus élevés.

ÉLECTROCHIMIE. — *Étude de la précipitation de sels de métaux lourds par la méthode électrométrique.* Note (¹) de Mlle **Marguerite Quintin**, présentée par M. Louis Hackspill.

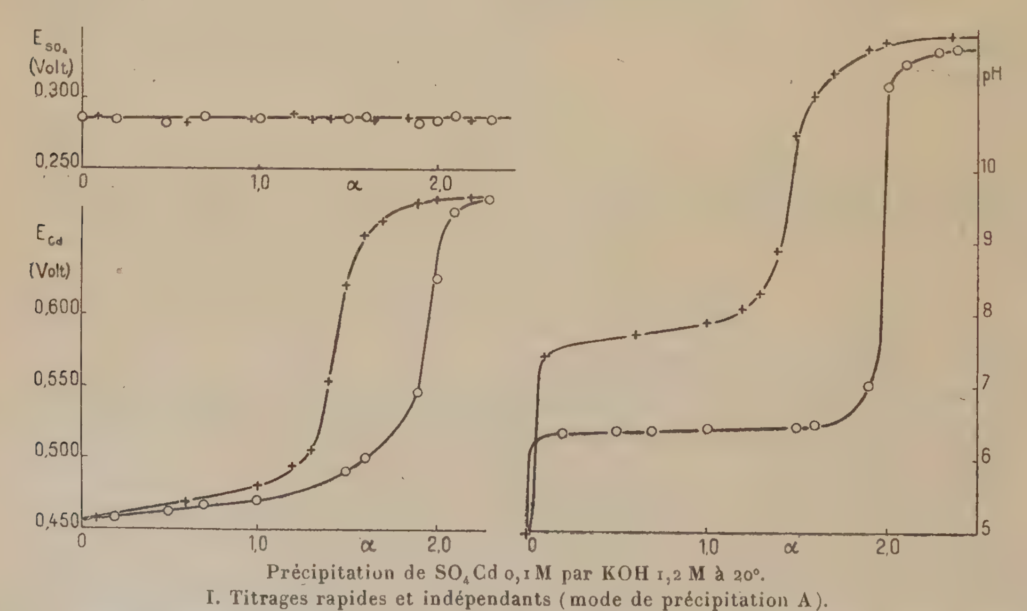
La plupart des études faites sur la précipitation des sels de métaux lourds sont basées sur des mesures de pH, à partir desquelles il est hasardeux de déduire une formule contenant plusieurs variables.

Le seul moyen d'analyser complètement le phénomène est, lorsque cela est possible, de suivre séparément, au cours du titrage, chacun des ions consécutifs de la solution. Cette méthode a été appliquée à la précipitation de SO_4Cd par KOH.

L'activité des ions en solution est mesurée par la méthode potentiométrique, à l'aide, pour les ions H^+, d'une électrode de verre soigneusement étalonnée; pour les ions Cd^{++}, d'un amalgame de cadmium deux phases (12 % Cd); enfin (²) enfin pour les ions SO_4^{--}, d'une électrode $SO_4Pb/PbHg$ (3 % Pb).

La précipitation est effectuée de deux façons différentes :

A. Les additions de base sont faites successivement toutes les 10 minutes. La mesure est faite en présence de précipité; le potentiel de chaque électrode étant constant, chaque point semble se rapporter à un état d'équilibre (courbes I).



Précipitation de SO_4Cd 0,1 M par KOH 1,2 M à 20°.
I. Titrages rapides et indépendants (mode de précipitation A).
II. Titrages simultanés et à l'équilibre (mode de précipitation B temps de contact des réactifs 4 mois).

B. La solution initiale est répartie par volumes égaux dans un certain nombre

(¹) Séance du 26 janvier 1948.
(²) Mlle Quintin, *Comptes rendus*, 224, 1947, p. 743

de flacons, une addition différente de potasse dans chacun d'eux permet de réaliser toute la gamme des valeurs de $\alpha = b/a[b = (OH^-)$ ajouté, $a = (Cd^{++})$ initial]. Au bout d'un même temps t le précipité est éliminé par filtration, et c'est sur la même liqueur que sont mesurées les activités des ions. Les courbes II de la figure 1 se rapportent à un temps de contact $t = 4$ mois pour chaque point.

Les courbes de la figure établissent les faits suivants :

1° l'influence du temps de contact t est prépondérante; plus t est grand, à valeur de α constante, plus la solution surnageant le précipité est acide et moins celui-ci contient de Cd;

2° quel que soit t, le potentiel E_{SO_4} restant constant pendant toute la précipitation, l'activité des ions SO_4^{--} dans la solution, et par conséquent leur concentration, ne varie pas. Il n'y a donc pas de groupement SO_4 à l'état combiné dans le précipité. Ce qui est en contradiction avec l'hypothèse d'un sel basique;

3° dans une précipitation rapide, les courbes pH et E_{Cd} présentent un point d'inflexion, correspondant à la précipitation totale, pour une même valeur de α très nettement inférieure à 2 (de l'ordre de 1,46 pour $t = 10$ minutes). Ce n'est donc pas l'hydroxyde $Cd(OH)_2$ qui se forme;

4° à l'équilibre, la fin de la précipitation a lieu pour une valeur de α très voisine de 2, c'est-à-dire à l'état de $Cd(OH)_2$, mais pour les valeurs de $\alpha < 2$, ce n'est pas cet hydroxyde qui se forme. En effet, connaissant le coefficient d'activité f_{OH}, le pH donne (OH^-) combiné $= b - (OH)$. D'autre part, en tenant compte du coefficient d'activité f_{Cd}, le potentiel de l'électrode Cd — Hg donne (Cd^{++}) combiné $= a - (Cd^{++})$.

En désignant par n le rapport (Cd^{++}) combiné/(OH^-) combiné, le tableau ci-dessous donne les résultats obtenus (courbes II). Il montre que jusqu'à $\alpha = 1,4$ il y a formation d'un composé apparemment défini qui évolue à partir de cette valeur pour atteindre la composition $Cd(OH)_2$ lorsque la potasse est en excès.

α.	f_{Cd}.	$(Cd^{++})\frac{f_\alpha}{f_a}$.	(Cd^{++}).	n.
0	0,137	0,1	0,1	–
0,2	0,138	0,086	0,0866	0,67
0,4	0,140	0,072	0,0736	0,66
0,6	0,141	0,058	0,0597	0,67
0,8	0,143	0,044	0,0459	0,67
1,0	0,145	0,030	0,0316	0,68
1,2	0,147	0,016	0,0172	0,69
1,4	0,149	0,007	0,0076	0,66
1,6	0,151	0,002	0,0022	0,61
1,8	0,154	0,0008	0,0009	0,55
2,0	0,156	0,0000	0,0000	0,50

En résumé, l'étude électrométrique de la précipitation, conduite en suivant

sur une même solution l'évolution de tous les ions de celle-ci permet d'affirmer que, dans le cas de SO_4Cd, le précipité formé ne contient pas d'anions SO_4^{--}, mais outre les molécules H_2O, uniquement Cd^{++} et OH^- dans un rapport différent de celui correspondant à l'hydroxyde.

CHIMIE GÉNÉRALE. — *Étude magnéto-chimique des chlorostannites de potassium.* Note [1] de M. **Edmond Grillot**, présentée par M. Paul Pascal.

L'étude de la formation et de la décomposition des chlorostannites de potassium m'a récemment amené [2] à remettre en question l'hypothèse généralement admise suivant laquelle le chlorure stanneux Cl_2Sn et les ions chlorostanneux $[SnCl_3]^-$, $[SnCl_4]^{--}$ et $[SnCl_6]^{----}$ marquent les étapes successives par lesquelles l'atome d'étain divalent tend à compléter sa coordinance lorsqu'il se trouve en présence d'une quantité progressivement croissante d'ions chlore.

La mesure de la susceptibilité diamagnétique de ces composés confirme l'étude purement chimique : elle montre que les hydrates du chlorure stanneux et des chlorostannites alcalins ne sont pas de simples associations moléculaires d'eau et de sels. Partant d'observations relatives aux composés polyhalogénés du carbone [3], du bore, de l'antimoine et du silicium [4], P. Pascal a en effet démontré que l'accumulation autour d'un atome central d'un nombre croissant d'atomes ou de radicaux volumineux s'accompagne d'une dépréciation diamagnétique chaque fois que le calcul permet de prévoir l'interpénétration de leurs nuages électroniques et plus fréquemment encore par suite de la déformabilité éventuelle de l'atome central lui-même. Il en résulte que le passage de l'un des termes d'une telle série au suivant doit entraîner une variation de susceptibilité magnétique molaire au plus égale à celle calculée par application de la règle d'additivité et qu'une exaltation du magnétisme est exclue.

C'est cependant une telle exaltation qui se manifeste lorsque l'on passe du chlorure stanneux anhydre au trichlorostannite de potassium (considéré comme le monohydrate de $SnCl_3K$), puis au tétrachlorostannite de potassium anhydre $SnCl_4K_2$. Les mesures à 0,5 % près des susceptibilités diamagnétiques de ces composés et de ClK, dont les résultats sont consignés dans les colonnes 3 (susceptibilité spécifique χ_s) et 4 (susceptibilité molaire χ_M) du tableau ci-joint montrent en effet que les valeurs observées sont notablement supérieures à celles calculées (1re manière) en additionnant les susceptibilités

(1) Séance du 26 janvier 1948

(2) *Comptes rendus*, 226, 1948, p. 79-80.

(3) *Comptes rendus*, 217, 1943, p. 657-660.

(4) *Comptes rendus*, 218, 1944, p. 57-59

Composés étudiés.	Formule brute.	$-10^6\chi_s$.	$-10^6\chi_M$.	$-10^6\chi_M$ calculée. 1re manière.	2e manière.
Chlorure de potassium	ClK	0,515	38,4 (5)	–	–
» stanneux anhydre	Cl_2Sn	0,338 (6)	64,1	–	–
» » hydraté	$Cl_2Sn, 2H_2O$	0,406	91,4	90,0	–
Trichlorostannite de potassium	$SnCl_3K, H_2O$	0,414	116,8	115,4	116,8
Tétrachlorostannite de potassium anhydre	$SnCl_4K_2$	0,422	143,0	140,9	142,3

molaires du chlorure stanneux anhydre, de l'eau ($-12,96.10^{-6}$) et du chlorure de potassium.

Si l'on admet au contraire que les chlorostannites de potassium $SnCl_3K$, H_2O et $SnCl_4K_2$ résultent de la substitution de chacune des deux molécules d'eau du chlorure stanneux hydraté par du chlorure de potassium, on constate que la règle d'additivité des susceptibilités diamagnétiques molaires est vérifiée (2e manière). La liaison hétéropolaire entre le potassium et le reste de la molécule étant conservée, il s'ensuit que cette substitution ne semble pas modifier notablement l'allure générale de la constitution moléculaire, la coordinance de l'étain restant égale à quatre dans ces trois composés :

$$[Sn\,Cl_2(H_2O)_2];\quad [Sn\,Cl_3(H_2O)]\,K \quad \text{et} \quad [Sn\,Cl_4]\,K_2.$$

Cette manière de voir qui rend compte de la difficulté de déshydratation du chlorure stanneux, aussi bien que de la faible électroconductibilité de ses solutions aqueuses (7) et de sa très grande solubilité dans certains solvants organiques, se trouve confirmée par la mesure de la susceptibilité diamagnétique spécifique :

1° de solutions aqueuses concentrées de chlorure stanneux qui indiquent la conservation du complexe dihydraté;

2° de mélanges en toutes proportions de solutions concentrées équimoléculaires de chlorure de potassium, dans lesquels cette grandeur apparaît comme une fonction linéaire de la proportion de l'un des sels du mélange.

La règle d'additivité des susceptibilités magnétiques n'est par contre plus vérifiée lorsque l'on passe du tétrachlorostannite de potassium anhydre $[Sn\,Cl_4]K_2$ au dihydro-tétrachlorostannite de potassium. $[Sn\,Cl_4(H_2O)_2]K_2$: la susceptibilité molaire de ce dernier est en effet de $-159,2.10^{-6}$. La dépréciation

(5) En accord avec la valeur donnée par P. Pascal (*Comptes rendus*, **218**, 1944, p. 175-177).

(6) Peu différent de la valeur $-0,334.10^{-6}$ proposée par Mayer (*Wied. Ann.*, **69**, 1899, p. 242).

(7) Comme il résulte de l'extrapolation des valeurs de conductibilité électrique de solutions de chlorure stanneux et d'acide chlorhydrique trouvées par Young (*J. Am. Chem. Soc.*, **23**, 1901, p. 21-39).

magnétique de $9{,}6.10^{-6}$ qui accompagne l'accroissement de la coordinance de l'étain est en plein accord avec la théorie de Pascal.

Quant au chlorostannite de potassium de formule brute $SnCl_4K_2, 3H_2O$, sa susceptibilité diamagnétique molaire ne diffère de celle du précédent que de $13{,}2.10^{-6}$, ce qui confirme l'hypothèse suivant laquelle il s'en distinguerait par une molécule d'eau insérée dans la maille cristalline.

MÉTALLOGRAPHIE. — *Influence de l'orientation des contours de grains de l'aluminium de haute pureté sur leur attaque par l'acide chlorhydrique.* Note [1] de MM. **Nicolas Yannaquis** et **Paul Lacombe**, présentée par M. Albert Portevin.

Une étude antérieure [2] sur l'attaque intergranulaire de l'aluminium de haute pureté par l'acide chlorhydrique nous a montré que la vitesse d'attaque des contours de grains était beaucoup plus influencée par l'orientation relative des cristaux contigus que par les impuretés du métal. Dans ce travail, nous voulons préciser l'influence du facteur cristallographique et en particulier celle de l'orientation du contour lui-même par rapport aux cristaux qu'il délimite.



Fig. 1. — Comparaison de l'attaque des contours curviligne et rectiligne (indiqué par des flèches) séparant deux cristaux A et B en position de macle. G = 10.

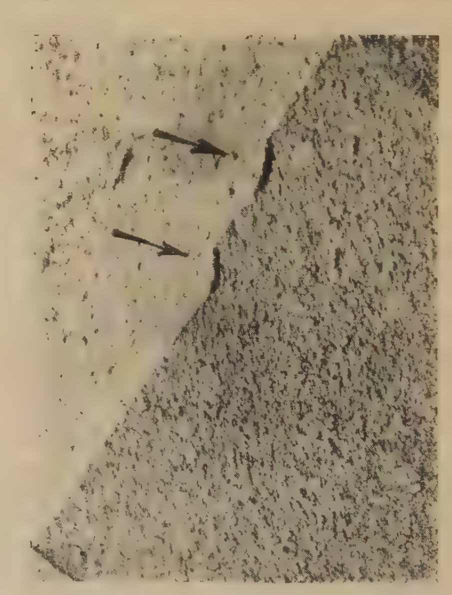


Fig. 2. — Attaque intergranulaire aux discontinuités présentées par un joint droit de macle. G = 10.

Nous avons observé en effet, que dans le cas des cristaux en position de macle, seule la partie rectiligne du contour correspondant à la trace du

(1) Séance du 2 février 1947.

(2) *Comptes rendus*, **224**, 1947, p. 921.

plan (111) d'accolement de la macle reste inattaquée quelles que soient la durée de l'attaque et la concentration du réactif. Au contraire, les parties curvilignes des contours, limitant par exemple les cristaux maclés de stimulation ([3]), subissent l'attaque intergranulaire. Ainsi la figure 1 représente deux cristaux en position de macle dont la seule partie curviligne de leur contour est attaquée, cependant que la partie rectiligne, trace du plan (111) de macle, est inattaquée. De même, il est fréquent que les contours droits de macle présentent des discontinuités successives en gradins (*fig.* 2). Dans ce cas aussi, ces portions de contour, d'orientation différente de celle de la trace du plan (111), sont fortement attaquées.

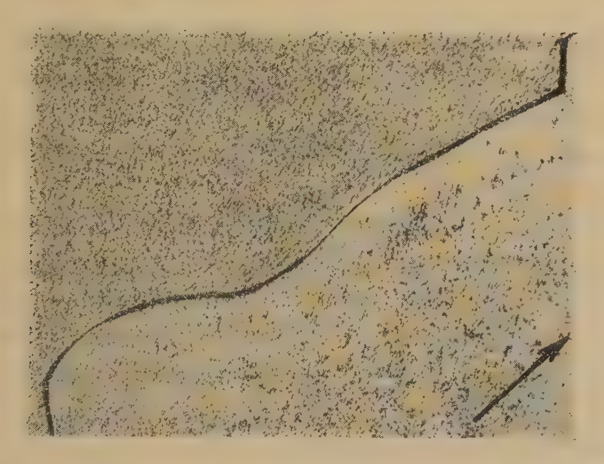


Fig. 3. — Absence d'attaque en deux régions du contour de direction moyenne identique (parallèle à la flèche). G = 10.

De plus, nous avons observé une différence appréciable de la vitesse de l'attaque au long d'un même contour sinueux (*fig.* 3) séparant deux cristaux d'orientation relative quelconque. Il est remarquable que les régions inattaquées correspondent à une même direction moyenne du contour. Cette différence de vitesse d'attaque n'est d'ailleurs observable qu'au début de l'immersion dans l'acide. En la prolongeant, l'attaque se généralise à tout le contour, alors que la résistance des joints rectilignes de macle et de ceux limitant des cristaux d'orientation voisine est permanente, quelles que soient la durée et la concentration du réactif.

Ces faits démontrent que l'orientation relative des cristaux contigus n'est pas une condition suffisante à la résistance à l'attaque de leur joint. Il est de plus nécessaire que le contour de grains possède par rapport aux deux réseaux voisins une orientation définie. Ces observations peuvent être interprétées comme argument supplémentaire à l'hypothèse de l'existence des lacunes dans le contour dues aux difficultés de raccordement des réseaux contigus.

([3]) W. Burgers et W. May, *Rec. Trav. Chim. Pays-Bas*, 64, 1945, p. 5.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur une nouvelle méthode de synthèse des aldéhydes et des cétones.* Note [1] de M. **Maurice Métayer**, présentée par M. Gabriel Bertrand.

Récemment j'ai indiqué dans une Note [2] que certains formamides de type R(R′)CH—NH—CHO donnaient, lorsqu'ils étaient chauffés avec du nickel Raney, des cétones

$$R(R')CH{-}NH{-}CHO \rightarrow \begin{array}{c} R(R')C{-}NH \\ \mid \quad\;\; \mid \\ O{-}CH_2 \end{array} \rightarrow R{-}CO{-}R'.$$

Nous avons étendu la réaction à un grand nombre d'amines formylées. Nous avons établi que le facteur essentiel de la réaction est le degré de substitution du carbone portant l'azote.

A. Si ce carbone est monosubstitué $R{-}CH_2{-}NH{-}CHO$, on obtient un aldéhyde.

Ainsi 5g de N-formylstéaramine (F 59°) donnent 1g,5 de stéaraldéhyde (F 63°), 5g de N-formyl benzylamine donnent 1g de benzaldéhyde, 8g de N-formylpara-isopropylbenzylamine donnent 1g de cuminaldéhyde, 7g de N-formylpara-méthylbenzylamine donnent environ 1g d'aldéhyde paratoluique.

B. Si ce carbone est disubstitué R(R′)CH—NH—CHO, on obtient une cétone.

Nous avons obtenu les résultats suivants :

Corps de départ.	Corps obtenu.
5g N-formyl amino 2-undécane.............	1g,5 de méthylnonylcétone
10g N-formyl α-phényléthyl amine...........	1g,5 d'acétophénone
5g N-formyl α-cyclohexyléthylamine........	1g de méthylcyclohexylcétone
8g N-formyl N-méthyl amino 2-undécane....	0g,3 de méthylnonylcétone

Nous remarquerons que le rendement en dérivés carbonylés diminue avec la substitution à l'azote; nous préciserons prochainement ce point.

C. Si ce carbone est trisubstitué : R(R′)(R″)C.NH.CHO, on régénère l'amine par coupure du groupement formylé, le rendement de l'opération est voisin et même souvent supérieur à 70 %.

Le formanilide donne l'aniline, le N-formyl *para*-toluidide donne le *para*-toluidide, le N-formyl *ortho*-toluidide donne l'*ortho*-toluidide, le N-formyl *para*-phénétidine donne la *para*-phénétidine.

D. Si l'azote est engagé dans un cycle, il n'y a pas ouverture du cycle comme on aurait pu prévoir, il y a simplement coupure du groupe formylé, et régénération de l'amine.

---

(1) Séance du 26 janvier 1948.

(2) M. Métayer et P. Mastagli, *Comptes rendus*, 225, 1947, p. 635.

Ainsi la N-formylpipéridine donne la pipéridine et la N-formyltétrahydroquinoléine donne la tétrahydroquinoléine.

Ainsi, ces divers résultats permettent de donner une nouvelle synthèse des aldéhydes et des cétones à partir des amines par la chaîne de réaction suivante :

$$\text{Amine} + \text{HCOOH} \rightarrow \text{formamides substituée} \xrightarrow{+\text{Ni Raney}} \text{dérivés carbonylés.}$$

La formylation de l'amine se fait très facilement, on mélange dans le ballon l'amine avec un léger excès d'acide formique, on chauffe un quart d'heure à douce ébullition, on distille sous vide le dérivé formylé obtenu; si ce dernier a un point d'ébullition trop élevé, on peut mettre le mélange à la glacière et on laisse le dérivé formylé cristalliser.

Si l'on dispose du chlorhydrate de l'amine, on chauffe ce dernier à l'ébullition avec la quantité théorique de formiate de sodium et 10 % de son poids d'acide formique. Au bout d'une demi-heure la réaction est terminée; on opère comme précédemment. Dans la plupart des cas les rendements varient de 80 à 100 %.

De plus, nous avons trouvé qu'un formamide substitué chauffé avec du nickel Raney perd son groupe formyle par coupure, à 180-190°.

Ce résultat a été signalé par divers auteurs, lors de tentatives d'hydrogénation de ces composés ([3]). Mailhe a eu des résultats analogues en traitant les N-formylanilines par le nickel réduit à 400° ([4]).

Par contre, un formamide substitué chauffé avec du nickel Raney, au-dessus de 190°, donne un aldéhyde ou une cétone ou une amine suivant que le carbone portant l'azote est primaire, secondaire ou tertiaire.

Nous avons étendu la réaction précédente aux amides, nous avons obtenu les résultats suivants :

a. Le carbone est bi-substitué : la réaction s'effectue avec de mauvais rendements :

$$\text{C}_6\text{H}_{11}\text{—NH—CO—CH}_3 \rightarrow \text{cyclohexanone}$$

$$\text{C}_6\text{H}_{11}\text{—NH—CO—C}_6\text{H}_5 \rightarrow \text{cyclohexanone}$$

b. Le carbone est trisubstitué : la réaction ne s'effectue pas.

Nous avons considérablement amélioré les rendements de notre réaction en opérant sous pression de gaz inerte, c'est ainsi que par exemple le N-méthyl N-formylamino 2 undécane, qui ne donne la méthylnonylcétone qu'avec un rendement de quelques pour 100 à la pression atmosphérique, donne dans les mêmes conditions sous pression de gaz inerte 50 % de méthylnonylcétone. Des essais sont en cours en vue d'améliorer ces rendements.

([3]) A. Wilbur, et C. Lazier, 346, 1934, p. 159.

([4]) Mailhe, *Comptes rendus*, 176, 1923, p. 689.

En résumé, nous avons réussi à trouver une nouvelle méthode de synthèse des aldéhydes et des cétones; de plus notre réaction peut avoir un caractère analytique, car elle permet de savoir le degré de substitution du carbone portant l'azote. On formyle à l'azote, on traite par le nickel Raney : si l'on obtient un aldéhyde, l'amine est de la forme $R-CH_2NH_2$; si l'on obtient une cétone, l'amine est de la forme $R(R')CH-NH_2$; si l'on obtient une amine, l'amine est de la forme $R(R')R''-C-NH_2$, ou l'azote est dans un cycle.

La réaction s'applique aux amines primaires et aux amines secondaires.

GÉOLOGIE. — *Extension des phénomènes migmatitiques dans le socle cristallin de Madagascar.* Note de MM. **Raoul Giret**, **Pierre Legoux** et **Alphonse Obermuller**, présentée par M. Charles Jacob.

Au cours d'une tournée commune ayant couvert rapidement de grandes surfaces du socle cristallin de Madagascar, nous avons été frappés par la très grande extension et la diversité des *faciès migmatitiques* présentés par les terrains qui le constituent. A notre connaissance, cette particularité n'avait pas été notée au cours des travaux antérieurs. Les coupures au 1/200000e publiées sont principalement des esquisses pétrographiques; les très remarquables cartes au 1/500000e de l'extrême Sud et du Sud-Sud-Est dressées et publiées récemment par H. Besairie constituent le premier essai de cartographie zonéographique. Dans les unes comme les autres, le classement des faciès reste principalement minéralogique et ne tient pas, à notre sens, un compte suffisant des phénomènes d'injection, de pegmatitisation et de granitisation.

Le faciès le plus fréquent, rencontré sur de très grandes étendues, est un gneiss d'injection rubané tranquille. La trame est fréquemment un gneiss à amphibole fin injecté lit par lit de roches hololeucocrates jouant un rôle d'ichor. Des pegmatites tardives, coupant le tout à bords francs, sont fréquentes. Si l'on examine des affleurements de dimensions restreintes, le gneiss à amphibole apparaît, tantôt comme étant la roche essentielle injectée de pegmatites, tantôt comme formant des enclaves d'aspect varié, généralement allongées dans une roche très leucocrate. Seuls, de grands affleurements, tels que ceux qui apparaissent dans les grands radiers du Sud de l'Ile, permettent une vue d'ensemble satisfaisante.

Au radier de la Menarandra, sur la route d'Ampanihy à Tranoroa, des gneiss à amphibole sont injectés de 2 pegmatites d'âges différents affectées de plis ptygmatiques. Au radier de la Manakaravavy de la route d'Edjeda à Ampanihy, les aspects sont comparables; de plus, la localisation des grenats semble indiquer que leur origine est liée à l'une de ces venues pegmatiques. Sur un radier de la route de Betroka à Fort-Dauphin, au Sud de l'embranchement d'Isoanala, un gneiss leucocrate possède des enclaves fusiformes de pyroxénite. Une pyroxénite feldspathique et du gneiss à pyroxène forment un

faciès de bordure des enclaves, surtout développé aux extrémités de celles-ci et passant, par endroits, à des nébuleuses. L'examen détaillé d'affleurements de ce type fournit de précieuses indications pour la compréhension des gisements de phlogopite, au contact desquels la présence de pegmatites ou de dissogénites est très fréquente.

Ces gneiss sont incontestablement des *migmatites*. La digestion plus ou moins poussée des enclaves et le rubanement de la roche les classent, suivant la terminologie de MM. J. Jung et M. Roques, dans les *embréchites*. Quelquefois le réseau des pegmatites ou aplites d'injection dans les mailles duquel on reconnaît facilement la roche originelle rapproche ces roches des *diadysites*, ce qui conduit à considérer bon nombre de ces faciès comme des embréchites supérieures.

Les gisements de graphite, soit au Sud de Tamatave, soit sur les Plateaux, sont souvent des embréchites à graphite, ce minéral étant développé soit dans les lits mélanocrates (Sahanavo, Ampitabe), soit dans les septa (Antsiriribe, Ambatoafe).

Par ailleurs, la route d'Antsirabé à Ambositra traverse au Sud de Kianja un massif indiqué comme granite porphyroïde sur la Feuille d'Ambositra, en réalité roche formée de porphyroblastes ovoïdes de microcline (2 à 4^{cm}), dans un fond granoblastique de quartz, feldspath et amphibole. Localement la structure œillée passe à la stucture rubanée. Ces roches sont analogues aux *embréchites œillées* de MM. Jung et M. Roques.

Dans les environs immédiats de Tananarive, une carrière montre un granite à orientation tourbillonnaire des éléments noirs, avec un aspect peigné retrouvé fréquemment dans le *granite de Tananarive*. Dans le complexe gneissogranitique sur lequel la ville est bâtie, on voit dans de nombreuses carrières toutes les transitions de gneiss à enclaves mélanocrates au granite, ce qui conduit à le considérer comme un complexe anatexique de petites dimensions comprenant des *anatexites* et des *granites d'anatexie*. Les pegmatites à contours diffus sont fréquentes dans ce granite. A Andramasina un petit massif de granite d'anatexie, avec pegmatites diffuses, passe également de façon insensible sur ses bords à des embréchites.

Beaucoup de granites sont franchement intrusifs. Sur la route d'Antsirabé à Ambositra, on peut voir, au kilomètre 258, un granite monzonitique à enclaves mélanocrates de toutes formes. De même au kilomètre 112 de la route d'Ivato à Malaimbandy, un granite franchement intrusif dans la série des schistes et quartzites montre en bordure des enclaves, les unes vertes schisteuses et les autres quartzitiques. Ces granites à enclaves sont très fréquents.

Au kilomètre 460 de la route du Sud, dans la descente sur Ambalavao, il semble que l'on soit dans une zone de trituration avec amygdales leuco et mélanocrates et rubéfaction intense. Nous serions en présence d'une zone NS

de *mylonites*. La recherche de telles zones peut permettre de séparer de grands ensembles.

A la suite de ces observations, il semble qu'une étude systématique de ces phénomènes devient nécessaire, allant de l'analyse détaillée des affleurements caractéristiques à de grandes synthèses régionales.

GÉOGRAPHIE PHYSIQUE. — *Sur l'origine des Portes de Fer danubiennes.* Note (¹) de M. **Robert Ficheux** et Mlle **Geneviève Vergez-Tricom**, présentée par M. Emmanuel de Martonne.

L'évolution morphologique de l'Europe Centrale dépend en grande partie de la percée danubienne des Portes de Fer à travers les Carpates. Or l'origine de cette trouée héroïque, longue de 130^{km}, n'a pas encore été élucidée de manière satisfaisante.

Les géologues admettent l'existence jusqu'au pontien d'un détroit marin dont les trois bassins mio-pliocènes de Lupcova, de Milanovats et d'Orsova-Bahna sont les témoins. Les géographes sont plus divisés sur l'origine de la percée fluviale. Vallée de fracture? Fleuve né du déversement dans le lac gétique d'eaux pannoniennes dont le niveau se serait élevé? Vallée de capture au profit d'une rivière valaque et aux dépens d'un tributaire du bassin pannonique? (²). Pour Cvijic (³), le Danube a suivi le détroit marin et s'est seulement encaissé sur place à la faveur de soulèvements, *déformations en forme de rides* que les plus hautes terrasses du fleuve ont enregistrées.

La clé du problème est bien en effet dans la reconstitution la plus précise possible et dans l'interprétation des anciens thalwegs danubiens. En dépit de points de repère précis, un tel travail prête aisément à discussion; à plus forte raison les graphiques, d'échelle vraiment trop réduite, du savant serbe n'emportent-ils pas la conviction. C'est en utilisant les données chiffrées de Cvijic, les nombreux profils établis sur le terrain et d'après la carte par Mlle Vergez-Tricom et des observations poussées jusqu'au Bihor (Ficheux) qu'on a pu revenir sur l'interprétation du savant serbe, reconstituer au-dessus du Danube transcarpatique deux séries de thalwegs et par là envisager sous un jour nouveau la genèse des Portes de Fer.

Sur le versant valaque la vallée danubienne actuelle présente, entre 500 et 35-40^{m}, douze thalwegs étagés, étapes successives du creusement. Les six thalwegs supérieurs prouvent qu'une rivière valaque a, par érosion régressive et capture latérale, détourné vers l'Est les tributaires des bassins d'Orsova-

(¹) Séance du 2 février 1948.

(²) Sur ces diverses hypothèses, voir E. de Martonne, *Bull. Soc. Géol. de France*, 4e série, 1903, p. 133; 4, 1904, p. 108; 5, 1905, p. 108; et *Rev. de Géogr.*, 1, 1906-1907, p. 274; Gh. Vâlsan, *Bul. Soc. Reg. Rom. Géogr.*, 37, Bucarest, 1906, p. 133.

(³) *Peterm. Mitt. Ergängsheft*, 160, 1908, p. 64.

Bahna d'abord, de Milanovats ensuite (dont la Porecka); que, poussant sa tête conquérante sur le tracé de l'ancien détroit, il a attiré les eaux de la Serina et de la Berzasca, affluents du golfe de Lupcova et du lac pannonique. Des influences locales, tectoniques et lithologiques (comme la traversée des Cazane calcaires) l'ont aidé dans son travail.

Cette série de captures s'est réalisée pendant le pléistocène. Les six thalwegs n'apparaissent pas déformés dans la traversée même des Carpates, mais seulement sur les bords; à l'Est surtout les terrasses s'inclinent rapidement et disparaissent sous un remblaiement qu'on peut évaluer à une centaine de mètres au moins. Le fait qu'elles subissent toutes la même déformation témoigne d'un seul mouvement général d'exhaussement des Carpates ou d'affaissement des zones bordières. Ce mouvement est à coup sûr quaternaire, contemporain sans doute des premières morsures glaciaires des Carpates méridionales dont M. de Martonne a dessiné les premiers levés précis.

Au-dessous de ces six premiers thalwegs, s'étage une seconde génération de six thalwegs plus récents, qui, franchissant les Carpates, ont remonté jusqu'au bassin pannonique. Y trouvèrent-ils un lac résiduel ou déjà une plaine exondée et dans ce dernier cas peut-on savoir à quelle altitude s'est effectué l'assèchement du lac pannonique, au moins sur sa bordure montagneuse orientale? Les profils du Danube et des observations faites dans le Banat et le Bihor ([4]) permettent de déduire que le Danube conquérant a atteint la dépression pannonique, encore occupée par un lac, à l'altitude de 260^{m}; qu'il lui a servi d'émissaire et que, par érosion régressive, il en a abaissé le niveau à 250 et jusqu'à 210^{m}.

C'est vers 200-190^{m} que la benne lacustre a dû être exondée. Le haut bassin danubien s'est alors étalé dans la plaine qu'il a drainée et dont il a entrepris la dissection. Toutes les terrasses comprises entre 190 et 80^{m} (altitude actuelle du Danube à l'entrée des Portes de Fer) sont inclinées suivant le cours du fleuve actuel. C'est donc un déblaiement d'une centaine de mètres que le Danube et ses affluents ont opéré aux dépens des deltas et cônes de déjection formés auparavant sur la zone littorale. Au cours de ce travail, le Danube a de-ci de-là exhumé de petites surfaces nivelées fossiles, disloquées et inclinées vers l'Ouest. Il étendait encore son bassin en capturant près de Bazias la Nera et le Caras.

Bref, dans la genèse des Portes de Fer, on peut attribuer le rôle primordial à l'érosion régressive et aux captures. Ces dernières sont fort récentes et les douze thalwegs étagés du Danube aux Portes de Fer établissent désormais entre les deux bassins hongrois et roumain une uniforme chronologie des terrasses et cycles d'érosion entre 35 et 500^{m} d'altitude.

([4]) R. Ficheux, *Bul. Ass. des Géogr. français*, 23-24, 1928, p. 34.

MÉTÉOROLOGIE. — *Noyaux de condensation et pluie artificielle.* Note de M. **Henri Dessens**, présentée par M. Charles Maurain.

D'après les dernières expériences de I. Langmuir, la précipitation artificielle des nuages sous forme de pluie serait réalisable même avec des températures supérieures à 0° C., c'est-à-dire avec des nuages de gouttelettes non surfondues. Il n'est pas question, dans ce cas, de dépôt de glace sur des noyaux de sublimation, mais on s'est demandé quels sont les noyaux de condensation qui seraient le plus susceptibles de provoquer la formation de gouttes assez grosses pour précipiter. On a eu recours aux substances qui, sèches ou en solution concentrée, sont très hygroscopiques; c'est ainsi que le chlorure de calcium pulvérisé a été utilisé pour la précipitation des brouillards naturels.

Il est cependant facile de montrer qu'une autre règle doit suggérer le choix des substances à utiliser. Pour qu'une goutte de brouillard ou de nuage grossisse aux dépens des autres, il faut que sa tension de vapeur soit inférieure à celle des gouttes voisines : ceci se produit si la goutte est plus grosse que ses voisines (effet de la tension superficielle) ou si l'abaissement de tension de vapeur dû aux substances dissoutes est plus grand que pour les gouttes voisines. Il y a alors transport d'eau, par l'intermédiaire de la vapeur, des gouttes voisines sur la goutte qui grossit.

Si par exemple on pulvérise à l'intérieur d'un nuage ou d'un brouillard une solution saturée de chlorure de sodium, les gouttelettes grossissent rapidement; la solution se dilue, et le rayon maximum de la goutte dépend des propriétés de la solution diluée et non de celles de la solution saturée : la précipitation de la goutte est donc un phénomène qui dépend des lois de Raoult et non des propriétés hygroscopiques de la substance dissoute. La croissance de la goutte est due à la différence négative Δp entre la tension de vapeur de la solution et celle du solvant pur p; c étant la concentration de la solution et M la masse moléculaire du corps dissous, on a

$$\frac{\Delta p}{p} = 18,5\,\frac{c}{\mathrm{M}}.$$

Si le corps dissous est un électrolyte, le coefficient du deuxième membre est à multiplier, au moins dans le cas d'un sel, par le nombre n d'ions qui libère une molécule, l'ionisation étant pratiquement totale puisque la dilution est très grande.

On peut donc comparer l'efficacité de diverses substances, ou, plus exactement, les masses de diverses substances à utiliser pour fixer la même masse d'eau, l'état de division initial et le degré hygrométrique étant identiques; ces masses étant proportionnelles à M/n, on obtient les valeurs relatives suivantes :

NH_4OH	18	$MgCl_2$	32
NaOH	20	NO_3H	32
LiCl	21	SO_4H_2	33
GlCl	22	$AlCl_3$	33
SO_3H_2	27	KCl	37
NH_4Cl	27	$CaCl_2$	37
NaCl	29		

Pratiquement, le chlorure de sodium est le sel le mieux indiqué pour tenter la précipitation des brouillards ou des nuages. L'auteur de cette Note a expérimenté sur les brouillards qui se forment sur les prairies (novembre 1947) après le coucher du Soleil, brouillards dont l'épaisseur verticale ne dépasse pas quelques mètres; la pulvérisation d'une solution saturée de chlorure de sodium a probablement provoqué, dans certains cas favorables, la dissipation de ces brouillards sur des superficies de plusieurs milliers de mètres carrés. Mais un contrôle sévère des expériences sera nécessaire avant que l'on puisse assurer que c'est bien le chlorure de sodium des gouttelettes projetées qui a provoqué la condensation.

La dimension des gouttelettes de solution saturée émises par le pulvérisateur est un facteur important. L'air contient toujours des noyaux de condensation qui se présentent sous la forme de gouttelettes; on admet le plus souvent (H. Köhler, H. L. Wright, G. Aliverti, H. Dessens) qu'elles sont constituées par une solution de chlorure de sodium; le rayon de ces gouttelettes naturelles, lorsqu'elles sont saturées, varierait de $0^{\mu},10$ à $0^{\mu},60$. Le calcul montre qu'avec de telles dimensions initiales, l'influence de la tension superficielle et celle de la matière dissoute deviennent comparables lorsque ces gouttelettes ayant fixé de l'eau sont devenues des gouttes de nuages, dont les rayons sont de l'ordre de 10^{μ} (mesures de J. Bricard et de P. Pluvinage). Pour que l'influence du sel dissous devienne prépondérante, il faut donc émettre des gouttelettes saturées dont le rayon dépasse le micron; la rapidité de croissance de ces gouttelettes dans le brouillard a été vérifiée en les maintenant à l'aide d'un fil d'araignée dans le champ d'un microscope; au bout de quelques secondes, elles sont constituées par une solution diluée, et l'hygroscopicité du sel n'intervient plus dans leur croissance ni dans leur précipitation éventuelle.

MÉTÉOROLOGIE. — *Sur l'existence d'une zone de fortes ascendances à moyenne altitude dans la région de l'Observatoire du sommet du Puy de Dôme*. Note de M. **Hubert Garrigue**, présentée par M. Charles Maurain.

Une série d'observations préliminaires faites en avion aux altitudes inférieures à 3000^{m} ont montré qu'il existait une large zone d'ascendances dans la région située au voisinage de l'Observatoire du sommet du Puy de Dôme, pendant la mauvaise saison.

Le 30 janvier 1948, de 14 à 18 heures, trois vols [1] ont permis de caractériser des ascendances particulièrement nettes et importantes.

1er Vol à 14 heures. Durée 10 minutes. Altitude maxima 1800m. Plafond inférieur 1400m, 5/10 de cumulus étalés lenticulaires. Plafond supérieur 6000 à 10000m, 8/10 d'alto-cumulus et de cirrus panachés, aspect chaotique du ciel. Ascendances à 10km au sud-est du Puy de Dôme : 2 à 4 m/sec., de 800 à 1400m d'altitude. Turbulence [2] : 4, du sol jusqu'à 1800m d'altitude. Vent au sol (Sud) 10 m/sec. Vent à 1800m (SW) 20 à 25 m/sec.

2e Vol à 15 heures. Durée 50 minutes. Altitude maxima 5000m. Plafond inférieur 1500m, 4/10 cumulus étalés lenticulaires. Plafond supérieur, le même qu'au vol précédent. Ascendances au sud-est du Puy de Dôme sur une zone de 30km de diamètre : 2 à 12 m/sec., de 500 à 4500m d'altitude. Turbulence [2] : 8, du sol à 2000m, et zéro (calme plat) de 2000m à 5000m. Vent au sol (Sud) 8 m/sec. À 2000m : 28 m/sec. A 5000m (WNW) 38 m/sec.

Visibilité à 5000m : Alpes, Montagne Noire, Pyrénées.

Température au sol : + 14° C., à 5000m : — 20°C.

3e Vol. 16 heures. Durée 30 minutes. Altitude maxima 2500m. Plafond inférieur 1600m. Traces de nuages. Plafond supérieur plus riche en cirrus panachés que précédemment, même nébulosité. Ascendances dans la même région : 2 à 5 m/sec de 500 à 2500m d'altitude. Turbulence [2] : 3, du sol à 2000m. Vent au sol : S 5 m/sec, à 2500m WNW à NW, 30 à 40 m/sec.

Au cours des deux derniers vols, nous avons recherché, à la descente, par des passages à 150m au-dessus des Montagnes des Dômes, si les ascendances n'avaient pas leur origine dans une action purement dynamique du vent sur les faces ouest des Montagnes. A cette altitude, le vent soufflait en tempête (40 m/sec) de WNW, mais aucune espèce d'ascendance nette n'a pu être mise en évidence.

La situation météorologique [3] était la suivante :

Une zone de marge s'étend de Rochefort à Mâcon et Strasbourg.

Un front froid aborde la région Parisienne vers 15h 30.

Une dépression est centrée au large de l'Islande.

Un puissant anticyclone se trouve sur la Russie.

La température au sol à Clermont-Ferrand Aérodrome est + 16°C. (altitude 400m).

---

[1] Vols effectués sur appareil civil de l'Aéro-Club d'État, *Les Ailes populaires d'Auvergne*, avec le concours du mécanicien second pilote, M. Xatard.

[2] Turbulence évaluée à l'échelle de 0 à 10, d'après son action sur l'avion utilisé, un appareil *Stampe* biplace de 140 CV, de la S. N. C. A. N.

[3] La situation météorologique m'a été communiquée pour les journées du 30 et 31 janvier 1948, par M. Fugier, attaché au Centre Météorologique de l'Aérodrome d'Aulnat-Clermont-Ferrand.

L'isotherme zéro est à 1500^m d'altitude, le 30 janvier (jour des vols), et à 2400^m le lendemain.

Les ascendances doivent donc être attribuées à l'arrivée d'air chaud venant du Sud, dans une masse d'air froid venant d'Ouest ou de Nord-Ouest.

Le relief du sol semble ne pas avoir une influence directe. Les cumulus lenticulaires matérialiseraient les régions d'ascendances. Il est remarquable de constater que ces ascendances se poursuivent toutefois jusqu'à une altitude bien supérieure à la limite de la zone turbulente.

Ces observations présentent en outre un intérêt technique au moment où le Service de l'Aviation d'État cherche à concentrer les effectifs d'entraînement au vol à voile; les situations d'ascendances, d'origine purement météorologique ([4]), sont très importantes et très fréquentes dans la région comprise entre le Sommet du Puy de Dôme, le Massif du Sancy et la plaine de la Limagne. Elles doivent permettre le développement intensif du vol à voile.

MICROPALÉONTOLOGIE. — *Sur la présence d'Eugléniens fossiles du genre* Trachelomonas *Ehr. dans un schiste pliocène de Madagascar.* Note ([1]) de MM. **Georges Deflandre** et **André Lenoble**, présentée par M. Charles Jacob.

En dehors des microorganismes siliceux (Diatomées, Chrysostomatacées), nos connaissances actuelles sur les Protistes fossiles des eaux douces sont très limitées et, en particulier, celles sur les Eugléniens sont réduites à une seule donnée sûre : la découverte par Bradley ([2]), dans un schiste bitumineux éocène du Colorado, d'une forme qu'il a attribuée au genre *Phacus* Duj. et qui est également proche du genre *Lepocinclis* Perty. L'un de nous ([3]) a déjà insisté sur les erreurs répétées qui ont fait attribuer au genre *Trachelomonas* Ehr., des logettes analogues, les unes, siliceuses, de sédiments lacustres, qui sont des Chrysomonadines, les autres, organiques, de roches sédimentaires marines (silex), qui ont été classées dans le genre *Palæostomocystis* Defl. *Ainsi, on ne connaissait jusqu'ici aucun véritable* Trachelomonas *fossile.*

Bien que rigides et d'apparence robuste, les coques celluloso-pectosiques imprégnées de composés ferriques des *Trachelomonas* sont peu résistantes aux agents réducteurs : les *Trachelomonas* sont communs dans les tourbières, mais leurs logettes ne figurent pas dans les analyses micropaléontologiques des

([4]) Ascendances d'origine météorologique, par opposition avec les ascendances d'été, dues à l'échauffement local du sol et avec les ascendances dynamiques, dues à la déviation du vent sur le flanc des montagnes.

([1]) Séance du 2 février 1948.

([2]) *Bull. Torrey Bot. Club*, 1929-1930, p. 421-428, pl. 22-23.

([3]) G. Deflandre, *Ann. Protist.*, IV, 1934, p. 151-165, 10 fig.

tourbes, même faites par des spécialistes avertis. Des observations poursuivies depuis une vingtaine d'années ([4]) ont permis d'assister à la disparition de coques montées dans du baume du Canada, milieu qui est, on le sait, avide d'oxygène. Il semble donc que des conditions très particulières soient requises pour que l'on puisse retrouver des *Trachelomonas* fossiles. C'est ce que confirmerait la découverte de toute une série de leurs logettes dans certains schistes bitumineux (pyroschistes) de Madagascar. Un sondage effectué à Tanato, dans le bassin lacustre d'Antanifotsy ([5]), a traversé, outre des argiles, deux couches de schistes bitumineux, la plus profonde surmontant des lignites. C'est au mur de cette couche, dans un niveau peu épais de schistes ligniteux, qu'ont été trouvés, accompagnés seulement de restes de Spongiaires (spicules et amphidisques, ces derniers attribuables à *Ephydatia lacustris auct.*), les *Trachelomonas* suivants, classés dans un ordre de fréquence décroissante : *T. volvocina* Ehr. *s. s.*, *T. volvocina* fa *minuta* Fritsch, *T. Curta* Da Cunha fa *minor* n. f., *T. rugulosa* Stein sec. Palmer, *T. oblonga* Lemm., *T. hispida* (Perty), Stein em. Defl., *T. hispida* var. *duplex* Defl., *T. Allorgei* Defl. (*fig.* 1 à 8). Toutes

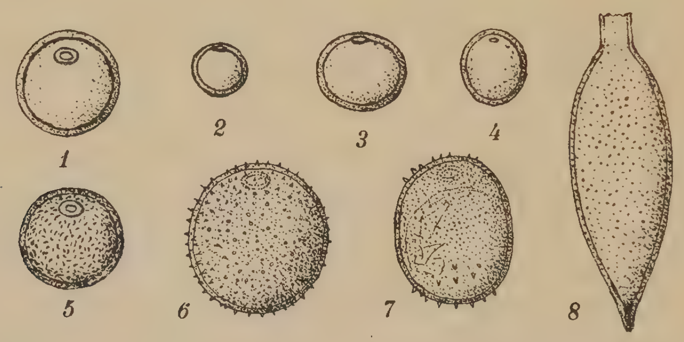


Fig. 1 à 8. — Eugléniens (*Trachelomonas*) d'un schiste bitumineux pliocène de Madagascar. 1, *T. volvocina* Ehr.; 2, *T. volvocina* f. *minuta* Frit.; 3, *T. curta* Da Cunha f. *minor* n. f.; 4, *T. oblonga* Lemm.; 5, *T. rugulosa* Stein sec. Palm.; 6, *T. hispida* (Pert.) St. em. Defl.; 7, *T. hispida* var. duplex Defl.; 8, *T. Allorgei* Defl. Grossissement : 800.

les coques sont dans un état de conservation parfaite et leur fossilisation implique donc que la couche qui les renferme a atteint très rapidement un état d'équilibre propice, lequel, par la suite, n'a plus été troublé grâce à la présence des épaisses couches d'argiles sus-jacentes. Le milieu constitué par les schistes bitumineux au sens large, milieu lié à des conditions de genèse et de conservation assez étroitement limitées, apparaît particulièrement favorable à la fossilisation des Protistes dulçaquicoles : c'est présentement le seul où nous connaissons des Eugléniens.

D'après des recherches en cours et qui feront l'objet d'un prochain Mémoire,

---

([4]) G. Deflandre, *Monographie du genre* Trachelomonas *Ehr.*, *Thèse*, Paris, 1926, 162 p., 8 fig., 15 pl., et *Rev. Gén. Botan.*, 1926-1927.

([5]) A. Lenoble, *Bull. Acad. malg.*, 22, 1939, p. 100-116, 1 pl., 1 carte.

l'âge des couches traversées par le sondage de Tanato, supposé pléistocène jusqu'ici, est en réalité plus ancien : les restes de Végétaux étudiés par M. Boureau, indiquent une flore pliocène, et la flore diatomique (E. Manguin) serait également de tendance pliocène. Les Eugléniens eux-mêmes ne peuvent fournir, présentement, aucune indication d'ordre stratigraphique.

PHYSIOLOGIE VÉGÉTALE. — *Le cours de la synthèse nicotinique dans la germination. Existe-t-il un lien tryptophane-acide nicotinique ?* Note (1) de Mlle **Thérèse Terroine**, transmise par M. Jacques Duclaux.

Dans un précédent travail (2) nous avons montré que si les germes de *Phaseolus multiflorus* se développant dans des conditions stériles, sur un milieu nutritif très simple, peuvent indubitablement synthétiser l'acide nicotinique, ils le font avec infiniment moins d'ampleur que les germes poussant aux dépens de leurs cotylédons. Étant par ailleurs démontré que les plantules seules peuvent fabriquer l'acide nicotinique (2), la différence que nous signalons n'est-elle pas due à la présence dans les cotylédons d'un ou plusieurs précurseurs d'acide nicotinique dont le milieu artificiel est privé ?

Or, de nombreux travaux de physiologie animale ont mis à cet égard en vedette le tryptophane dont l'interrelation avec l'acide nicotinique paraît certaine, quoique d'un mécanisme encore obscur (3). Chercher à vérifier cette interrelation sur les plantules était donc d'autant plus tentant, que nous nous trouvions dans des conditions physiologiques beaucoup plus simples que celles qui président à la vie des animaux supérieurs, et que la période de croissance intense où se trouvent ces plantules était particulièrement favorable à mettre en lumière tout facteur favorisant la satisfaction des besoins en acide nicotinique.

Nos résultats, obtenus par la même technique que dans le précédent travail (2), sont condensés dans le Tableau ci-après où ne figurent que les moyennes de nos données numériques. Il y apparaît de façon certaine qu'en aucune circonstance, le tryptophane ne joue chez les jeunes plantules le rôle de générateur d'acide nicotinique. Les différences observées sont toutes de l'ordre de celles des erreurs expérimentales. Poussant sur milieu témoin ou supplémenté en tryptophane, une plantule de 12^{cm} n'arrive même pas à fabriquer 3^{γ} d'acide nicotinique, alors qu'elle en possède 18^{γ} quand elle se développe aux dépens de ses cotylédons (2).

---

(1) Séance du 2 février 1948.

(2) T. Terroine et J. Desveaux-Chabrol, *Arch. Sciences Physiol.*, 1, 1947, p. 117-132.

(3) On trouvera une mise au point détaillée de la question dans T. Terroine, *Le Contrôle du métabolisme des acides aminés par les vitamines du groupe* B_2 [*Ann. Nut. et Alim.*, 1, n° 5, 1948 (sous presse)].

Dimension d'une plantule (cm).	Milieu témoin.			Milieu additionné de *dl*-tryptophane. 250 (mg ‰).			100 (mg ‰).			25 (mg ‰).		
	Poids sec d'une plantule (mg).	Teneur en acide nicotinique. A.	Teneur en acide nicotinique. B.	Poids sec d'une plantule (mg).	Teneur en acide nicotinique. A.	Teneur en acide nicotinique. B.	Poids sec d'une plantule (mg).	Teneur en acide nicotinique. A.	Teneur en acide nicotinique. B.	Poids sec d'une plantule (mg).	Teneur en acide nicotinique. A.	Teneur en acide nicotinique. B.
I. *Obscurité*.												
3......	10	110	1,11	10	99,4	0,97	10	111	1,20	12	109	1,32
5-6....	11	83	0,91	18	60,5	1,09	12	110	1,35	11	101	1,24
7-8....	14	60	0,86	24	55,1	1,27	13	60	0,80	17	66	1,10
II. *Lumière*.												
2-3....	9,5	111	1,10	–	–	–	10,5	129	1,35	10	128	1,30
5-6....	18	77,5	1,36	–	–	–	14	90,7	1,28	12,5	109	1,36
7-8....	20	85,8	1,71	–	–	–	20	92	1,98	16	113	1,82
10......	20	63	1,28	–	–	–	28	81	2,27	23	72	1,67
12-13...	29	83	2,40	–	–	–	26	84	2,15	26	80	2,13

A. Par gramme de poids sec (γ); B. Par plantule (γ).

Le germe à l'état de vie latente renferme $0^{\gamma},47$ d'acide nicotinique par unité et $57^{\gamma},4$ par gramme de poids sec.

Et l'on ne saurait imputer ces résultats à un défaut de pénétration du tryptophane dans la plantule, puisque celle-ci, âgée de 14 jours, en renferme 67^{γ} contre 88^{γ} quand on passe d'un milieu témoin à un milieu enrichi en tryptophane.

Ces résultats négatifs viennent confirmer des constatations antérieurement établies dans notre laboratoire. Tandis que la teneur en acide nicotinique peut quintupler dans la plantule du haricot en germination ([2]), celle du tryptophane est parfaitement invariable bien que N total s'élève notablement au fur et à mesure de la croissance ([4]). Mais avant de nier chez les jeunes plantules développées sur milieu synthétique l'interrelation tryptophane-acide nicotinique si frappante chez les mammifères, il convient de vérifier (c'est l'objet d'un travail en cours) si l'absence de pyridoxine dans notre milieu artificiel n'est point responsable de cette différence. On sait, en effet, que la pyridoxine stimule chez l'animal l'orientation du tryptophane vers l'acide nicotinique ([3]).

De toute façon, étant donné les grandes différences de comportement interspécifique, il serait évidemment intéressant d'étendre une investigation du modèle de celle-ci à d'autres espèces végétales.

([4]) R. Jacquot et F. Harding, *Comptes rendus*, 224, 1947, p. 1576-1578.

HÉMATOLOGIE. — *Observations sur l'éosinophilie locale de la cavité générale d'un poisson marin.* Note de MM. **Jean Durand** et **Constantin Toumanoff**, présentée par M. Émile Roubaud.

Dans une Note antérieure (¹) nous avons présenté l'étude d'une réaction cellulaire hématique à la suite d'une injection de pilocarpine comparable à l'injection intrapéritonéale, telle qu'elle est pratiquée chez les vertébrés supérieurs servant d'animaux de laboratoire. Il nous a paru intéressant d'étudier la réaction locale provoquée par l'injection, dans la cavité abdominale des poissons, de différentes substances ou de microbes. Nous n'avons pu avoir à notre disposition de *Diploprion bifasciatum*, ce qui nous a obligés à conduire nos essais seulement avec *Plectorhynchus lineatus*.

Nous avons opéré avec de l'encre de Chine en suspension dans l'eau physiologique, et avec des émulsions d'une culture de 24 heures de *Bacillus subtilis* dans 10^{cm^3} d'eau physiologique. La dose injectée était de 1^{cm^3}; nous avons introduit dans le corps de nos poissons surtout des formes végétatives dépourvues de spores. Voici, à titre d'exemple, le résultat d'un de nos essais avec l'encre de Chine et d'un autre avec *B. subtilis*.

Temps après l'injection. (h).	Leucocytes et proleucocytes.	Lymphocytes.	Eosinophiles.
a. Résultat obtenu avec l'encre de Chine :			
1,30	24	8	68
4	73	1	26
6	83,8	2,3	13,9
9	95	2	3
b. Résultat obtenu avec B. subtilis.			
1	8	13	79
2	24	14	62
4	77	3	20
6	90	2	8
9	86	9	5

Il ressort de ces expériences que, outre la présence des leucocytes, proleucocytes et lymphocytes habituels, l'inoculation d'encre de Chine ou de *B. subtilis* à *Plectorhynchus lineatus* nous a permis de constater, dans la cavité générale, la présence de cellules d'un type spécial, non encore observé dans le sang normal de ce poisson et qui présentaient l'aspect de véritables éosinophiles. Leur description sera donnée ailleurs. Dans tous les essais, la réaction obtenue affectait la même allure : un très fort pourcentage des éosinophiles peu

(¹) *Comptes rendus*, **226**, 1948, p. 433.

de temps après l'inoculation et leur diminution progressive, aboutissant à une proportion de 3 à 5 %, au bout de six à neuf heures.

La phagocytose observée dans la cavité générale atteignait son maximum après un délai d'environ 2 heures (8-10 %). Nous avons constaté que toutes les cellules, y compris les éosinophiles, prenaient une part active à la phagocytose qui constitue le mode principal de la réaction locale de défense, dans le cas d'une injection d'encre de Chine ou de *B. subtilis*.

Ainsi, l'inoculation dans la cavité générale d'un poisson marin (*Plectorhynchus lineatus*) d'une suspension d'encre de Chine ou de *B. subtilis* provoque une réaction caractérisée par la présence de leucocytes, lymphocytes et *aussi d'éosinophiles*, ces derniers faisant constamment défaut dans le sang normal de cette espèce.

Nos recherches démontrent donc que chez certains poissons téléostéens on peut observer une *éosinophilie locale* de la cavité générale. L'éosinophilie locale s'observe, chez les vertébrés supérieurs, dans divers organes et dans les points les plus proches des foyers parasités. Il ne semble pas que l'éosinophilie locale que nous avons observée chez *P. lineatus* puisse être attribuée à une infection parasitaire. En effet, les poissons qui ont servi à nos expériences n'étaient pas parasités. Nous croyons qu'elle doit être considérée comme une réaction spéciale de défense, consécutive à l'introduction dans la cavité générale de corps étrangers et de microbes.

Il est intéressant de signaler que l'éosinophilie n'est pas un phénomène général chez les Poissons téléostéens. Nous ne l'avons jamais constatée chez certains autres Poissons, et notamment chez le poisson d'eau douce *Anabas testudineus* qui nous a fréquemment servi à des expériences analogues.

Il apparaît ainsi que dans le même groupe de Poissons, les réactions défensives de l'organisme peuvent se manifester d'une manière différente chez diverses espèces.

ENTOMOLOGIE. — *L'indépendance de l'état ovarien et de la fondation du nid chez les Polistes* (Hyménoptères-Vespides). Note de M. **Édouard-Philippe Deleurance**, présentée par M. Louis Fage.

Les études que nous poursuivons actuellement sur les *Polistes* (*P. bimaculatus* Fourcroy et *P. gallicus* L.) nous ont conduit à admettre l'existence d'une diapause chez les fondatrices-filles ([1]). Nous la considérerons même comme la caractéristique essentielle de ces individus. Nous nous proposons de donner une brève description de ce phénomène que précisera une Note ultérieure.

([1]) Nous appelons ainsi les femelles qui, après hibernation, fonderont les nids au printemps. Ce sont les femelles d'automne des auteurs.

Les fondatrices-filles sont caractérisées : *anatomiquement*, par la présence de réserves abondantes sous forme de corps gras, blanc mat, en masses définies; *physiologiquement*, par l'inhibition de la vitellogenèse, reconnaissable par le calcul de l'indice ovarien ([2]), tandis que la multiplication ovocytaire ne paraît pas affectée; *psychologiquement*, par leur *apathie* : elles ne réagissent qu'à la présence du mâle (avant le coït); qu'aux chutes de température (qui règlent la migration à partir du nid et le choix de l'abri); qu'à la faim (prise d'aliments sucrés).

Le froid, 0° C., sur ces individus peut agir sur la diapause ovarienne : il suffit de laisser l'Insecte 20 jours à 0° C. pour obtenir, ensuite, en le portant à 25°, un déblocage partiel de son ovaire qui se traduit par un changement de l'indice ovarien. Un séjour de 40 jours à 0° produit un déblocage total : la ponte devient possible. Dans tous les cas, le développement des ovocytes est rapide (10 jours).

Nous avons étudié le comportement des Guêpes à ovaires totalement débloqués. Nos expériences ont d'abord porté sur un lot de *P. bimaculatus* hibernant dans les conditions naturelles. Nous prélevons de 10 en 10 jours des sujets qui sont portés à 25° dans des cages d'élevage. Dès le début de février, on peut obtenir le développement complet des ovaires. Mais en aucun cas nous n'avons réussi à provoquer la fondation du nid. Cette année nous avons utilisé des *P. gallicus*, les traitant par le froid, comme il est indiqué plus haut, dès la fin juillet. Ici encore, aucune Guêpe totalement débloquée n'a entrepris de construction. Et comme pour *P. bimaculatus*, nous avons constaté que ces Guêpes mouraient au bout d'un temps plus ou moins long qui excédait rarement deux mois. On peut conclure que : *l'état ovarien ne détermine pas, à lui seul, chez la fondatrice, la construction du nid*.

Mais, les Guêpes réactivées construisent leur nid tout à fait normalement, *si le réveil de leur activité s'effectue pendant la période qui s'étend du mois de mars au mois de mai*, qui est celle correspondant à la fondation du nid dans les conditions naturelles. Pour l'instant, nous nous bornons à enregistrer les faits, leur interprétation sera tentée plus tard. Nous avons constaté qu'il existe normalement de mars à mai une période critique pour la fondation du nid. Si, dans les 15 jours, au maximum, qui suivent sa remise en activité la Guêpe n'a pu construire, elle perd la faculté de fonder un nid. Mais elle garde la possibilité d'extérioriser les autres manifestations du comportement maternel; par exemple, si elle est mise en présence d'un nid vide depuis peu. Si le délai est long, on constate généralement une perturbation initiale qui se manifeste par une destruction partielle du nid, d'ailleurs réparé par la

---

([2]) Moyenne des mesures du plus grand ovocyte, non dégénéré.

suite. Les Guêpes, 62 jours après leur retour à l'activité, possèdent encore toutes les facultés de ce *comportement restreint*, et sont capables de pondre. Nos guêpes artificiellement réactivées sont incapables de cette régulation, même dans le cas où une ouvrière accompagne le nid vide.

En ce qui concerne l'activité générale, on peut distinguer chez celles-ci, d'une part une activité qui correspond visiblement à l'alimentation, et d'autre part une *activité spontanée*, cyclique. L'activité spontanée, vraisemblablement en rapport avec quelques modifications internes, suit un rythme journalier très précis. A quoi correspond-elle? Exactement, nous l'ignorons. On peut dire qu'elle est l'expression d'un *besoin* défini. Seul le comportement maternel paraît capable d'expliquer cette activité en pure perte, journellement répétée. L'observation des sujets à qui l'on fournit un nid renforce cette interprétation : la Guêpe réagit au stimulus du nid : elle s'y installe, l'inspecte et le *défend*. En fait, elle se comporte *comme l'ouvrière orpheline placée sur un nid vide*. Dans les deux cas le comportement semble bloqué, vu sans doute l'absence d'un élément essentiel, qui, dans le cas de l'ouvrière orpheline, paraît devoir être la présence du couvain. Car l'ouvrière est alors capable de régulation : elle devient reine de remplacement. Lorsque le nid est vide cette régulation serait impossible.

Enfin, les ovaires des femelles régressent peu à peu, tout comme régressent les ovaires des *auxiliaires* dans le nid polygyne. On ne peut donc expliquer la *castration* (³) chez ces dernières par le travail intensif qu'elles produisent. Il est probable que le non-fonctionnement de l'ovaire intervient dans cette régression.

En somme, le froid peut rompre la diapause ovarienne des fondatrices-filles et le développement complet des ovaires peut être réalisé pendant une période considérable. Au contraire, la fondation du nid paraît dépendre d'un cycle annuel à courte période favorable. Les fondatrices-filles, artificiellement réactivées en dehors de cette période, ont un comportement qui rappelle celui des ouvrières.

PROTISTOLOGIE. — *Phagocytose, présence d'une bouche et d'un rudiment de tube digestif chez quelques Grégarines monocystidées.* Note (¹) de Mlle **Odette Tuzet** et M. **René Loubatières**, présentée par M. Louis Fage.

Dès 1901, Léger (²) avait décrit chez une Coccidie parasite des *Pinnotheres pisum* Penn., *Aggregata cœlomica*, dans l'entocyte du deutomérite, à une faible

(³) *Castration due au travail*, d'après les auteurs.

(¹) Séance du 2 février 1948.

(²) *Comptes rendus*, **132**, 1901, p. 1343.

distance du septum, une vacuole à contours nets, sphérique ou piriforme, d'où part un canal qui traverse le septum et remonte dans l'axe du protomérite jusqu'au fond de la ventouse qui termine ce dernier. Léger pensait que l'on avait affaire, soit à un appareil excréteur, soit à un système aspirateur avec un rudiment de tube digestif. Deux ans plus tard, Léger et Duboscq ([3]) trouvent une formation semblable chez *Stenophora Brölemanni*. D'une sorte de ventouse, correspondant à une épimérite protractile, part un petit canal sinueux, entouré d'une zone plus granuleuse qui pénètre dans le deutomérite. Ce canal serait en relation avec des vacuoles entocytiques dans lesquelles s'observent parfois de petites masses colorables.

Drzewecki ([4]) décrit chez *Stomatophora coronata* une sorte de bouche antérieure, mais ses observations furent infirmées par Hesse ([5]) qui interprète cette bouche comme une simple ventouse et dit : « La nutrition de *Stomatophora coronata*, de même que celle de toutes les autres Grégarines, se fait toujours par osmose ».

Nos observations sur les Monocystidées des Lombrics nous ont conduits à une conclusion différente. Déjà dans une de nos précédentes notes ([6]) nous avions décrit chez *Monocystis Banyulensis* la phagocytose des Amœbocytes par la grégarine, et nous avions donné une figure (*fig.* 1) à laquelle nous ajoutons une autre image montrant la vacuole digestive dans le protoplasme (*fig.* 2). Une Monocystidée d'*Allolobophora gigas*, *Apolocystis granulata*, nous a montré à nouveau la phagocytose des amœbocytes du testicule par la grégarine (*fig.* 3).

Dans un autre parasite d'*Allolobophora gigas*, encore non décrit et dont nous ne donnerons ici qu'une diagnose très rapide, nous avons observé une bouche qui ne peut être assimilée à une ventouse.

La Grégarine que nous nommerons *Monocystis buccalis* n. sp. est ovoïde et mesure de 175 à 200µ de long sur 40µ de large. Le corps, très déformable, contient un noyau ovoïde de 24 à 25µ sur 15 à 18µ. Ce dernier montre un gros nucléole central, de petits nucléolules et des blocs irréguliers de chromatine. La Grégarine possède des myonèmes superficiels bien visibles. Elle est recouverte de poils très caractéristiques formés d'une base protoplasmique triangulaire. Du sommet du triangle part le poil filiforme (*fig.* 4). Antérieurement, mais non terminale, est une dépression sphérique ou ovoïde, Elle est limitée par un épaississement protoplasmique se colorant fortement par l'hématoxyline ferrique et sur lequel est insérée une rangée de poils semblables à ceux qui recouvrent le corps, mais ils sont souvent plus développés que ces derniers.

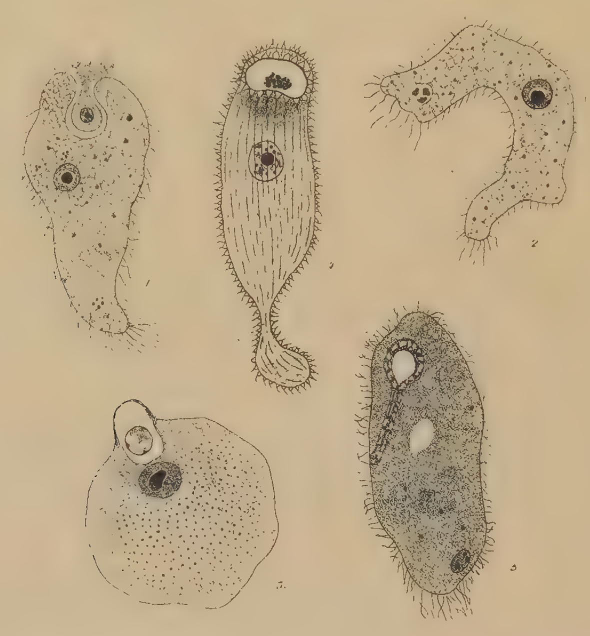
L'intérieur de cette dépression que nous pensons être une bouche, est fait d'un plasma

---

([3]) *Arch. Zool. Exp.*, 4e série, 1, 1903, p. 307.
([4]) *Arch. für Protistenk.*, 10, 1907, p. 216.
([5]) *Arch. Zool. Exp.*, 5e série, 3, 1909, p. 27.
([6]) *Arch. Zool. Exp.*, 84, 1946, N. et R. p. 132.

plus clair que celui constituant le reste du corps de la Grégarine. Nous avons observé plusieurs fois, à l'intérieur de la bouche des matières englobées. Cette bouche peut être prolongée par une sorte de court pharynx fait de plasma granuleux.

Enfin chez une troisième Grégarine de l'*Allolobophora gigas*, *Monocystis setosa*, nous avons vu une sorte de tube digestif rudimentaire aboutissant à une vacuole intracytoplasmique (*fig.* 5). Tube et vacuole sont entourés par un plasma vacuolaire se différenciant très nettement de celui remplissant le reste du corps.



Ces quatre exemples nous ont amenés à penser que, contrairement à l'opinion de Hesse, admise jusqu'ici, les Grégarines ne se nourrissent pas toujours par osmose. Elles peuvent phagocyter des cellules qui sont ensuite digérées dans des vacuoles digestives situées dans l'endoplasme. Elles peuvent montrer aussi des différenciations en vue de l'absorption et de la digestion des aliments : bouche suivie d'un pharynx plus ou moins allongé, se terminant par une vacuole digestive.

BIOLOGIE. — *Retentissement d'un régime hyperprotidique sur la cortico-surrénale du Rat.* Note (¹) de M. **Herbert Tuchmann-Duplessis**, Mme **Paule Aschkenasy-Lelu** et M. **Alexandre Aschkenasy**, présentée par M. Robert Courrier.

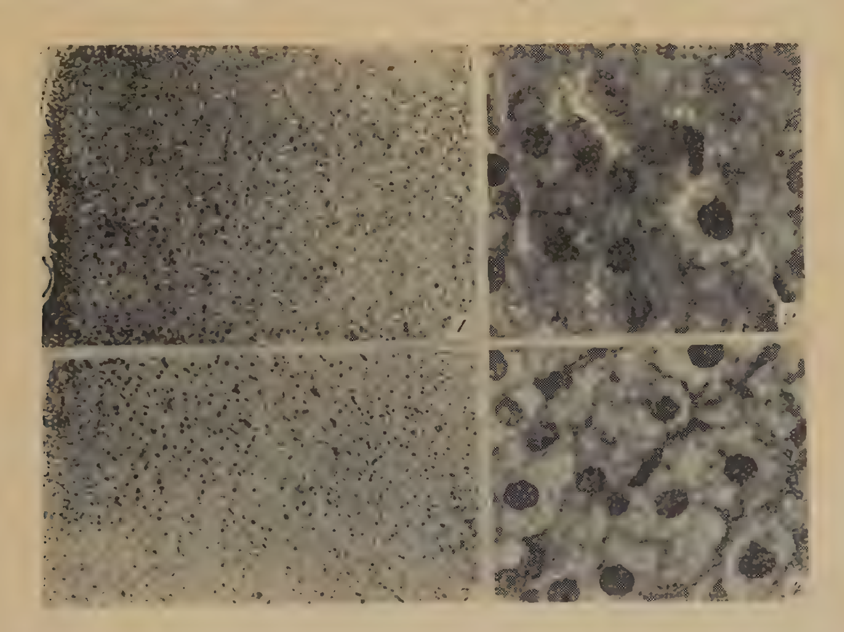
L'influence d'une surcharge en protéines sur la cortico-surrénale reste

(¹) Séance du 19 janvier 1948.

discutée : hypertrophie du cortex, pour les uns (Fahr, Tepperman et col.), action nulle pour les autres (Ingle et col., Benua et col.).

Nous avons soumis un lot de 12 femelles adultes (110-240g) à un régime comportant 90 % de caséine ([2]) pendant une période de 90 à 130 jours. Les animaux ont été sacrifiés au gaz d'éclairage, et leurs surrénales pesées et examinées histologiquement.

1. Le poids absolu des surrénales (0g,053-0g,071) est semblable à celui des animaux témoins sacrifiés au même moment et ayant été soumis à un régime à 15 % de caséine. Cependant, leur poids relatif par rapport au poids corporel est nettement supérieur à celui des témoins : 0g,033-0g,037 % de poids corporel contre 0,029 % chez les témoins. Cette hypertrophie relative des surrénales est due au ralentissement de la croissance somatique des animaux hyperprotéiques; en effet, après 130 jours de régime, l'augmentation de poids



1 et 2. Rat témoin. Cortico-surrénale d'aspect sombre; peu de vacuoles intracellulaires.
3 et 4. Rat soumis à un régime hyperprotidique prolongé.
Cortico-surrénale éclaircie, cellules hypertrophiées et remplies de vacuoles.

des témoins est de 40 %, celle des animaux hyperprotéiques de 21 % seulement. Or, à la fin de l'expérience, le poids des surrénales est identique dans les deux lots.

2. La surrénale est hypertrophiée et éclaircie dans son ensemble, plus particulièrement la fasciculée, dont les éléments sont distendus par des enclaves

---

([2]) Caséine, 90; huile, 5; mélange salin, 3; levure de bière, 1,5; vitamines A et D; choline.

lipoïdiques. L'éclaircissement paraît être le trait le plus caractéristique des surrénales de nos animaux et affecte tout le cortex, y compris la réticulée.

Le fait qu'une alimentation hyperprotidique détermine, comme nous l'avons montré antérieurement ([3]), une lutéinisation des ovaires coïncidant avec un allongement paradoxal des œstrus, nous a incités à chercher si l'hypertrophie surrénalienne ne relevait pas d'un trouble des sécrétions ovariennes.

Pour atteindre ce but, nous avons examiné, d'une part, les surrénales de castrats femelles, d'autre part, celles de Rates injectées de progestérone (40^{mg} en 14 jours à 2 Rates), ou de folliculine (3^{mg} en 6 jours à 2 autres Rates); tous ces animaux ont été également soumis à un régime hyperprotidique prolongé. Chez les castrats, ainsi que chez les Rats injectés de progestérone, le cortex est hypertrophié et éclairci, ces deux phénomènes étant encore plus accentués que chez les animaux précédemment observés. La folliculine, par contre, provoque l'assombrissement du cortex avec diminution de la taille cellulaire par fonte des enclaves lipoïdiques. Le fait que le castrat réagit au régime hyperprotidique dans le même sens que la femelle normale, nous amène à rejeter l'hypothèse d'un déterminisme sexuel des modifications surrénaliennes.

L'interprétation physiologique de l'image cytologique du cortex paraît plus complexe. Classiquement, on admet que l'activité fonctionnelle du cortex est proportionnelle au taux de ses lipoïdes. Or, on sait (Sayers) que l'hyperactivité du cortex provoquée par injection de cortico-stimuline hypophysaire, se traduit par l'assombrissement et la disparition des enclaves lipoïdiques, comme cela a lieu également pour les divers stimuli d'alarme, parmi lesquels la folliculine (Selye). Inversement, l'éclaircissement du cortex observé au cours de la gestation (Watrin) correspondrait à un blocage de la fonction hormonale.

Ainsi, l'éclaircissement cortical dû au régime hyperprotidique paraît traduire un ralentissement de l'activité fonctionnelle de la cortico-surrénale. L'augmentation bien connue du pouvoir gonadotrope de l'hypophyse du castrat et la diminution du même pouvoir chez les animaux injectés de folliculine, coïncident dans notre expérience respectivement avec une augmentation et une réduction des enclaves surrénaliennes. On se trouve tenté, pour cette raison, de relier l'éclaircissement du cortex, observé dans des régimes hyperprotidiques, à une augmentation de l'activité gonadotrope de l'hypophyse.

BIOLOGIE. — *Effet androgène d'extraits embryonnaires de Poulet sur la crête du Chapon.* Note de M. **Pierre Leroy**, présentée par M. Robert Courrier.

La question de savoir si l'embryon de Poulet renferme des hormones androgènes, *actives sur l'adulte*, est restée, jusqu'à ce jour, sans réponse.

Les substances œstrogènes ont été signalées antérieurement; leur teneur au

---

([3]) *C. R. Soc. Biol.*, **141**, 1947, p. 687 et 689.

cours de la vie embryonnaire est constante chez la femelle, alors qu'elle varie d'une manière sensible chez le mâle entre le 12ᵉ et le 16ᵉ jour [1].

A la suite de nombreux essais, une substance hormonale de nature encore indéterminée, mais à réaction androgène, a pu être isolée des extraits embryonnaires du Poulet.

443 œufs ont été mis en incubation, en l'espace de huit mois. L'extraction a été faite à partir de l'embryon total, prélevé entre le 14ᵉ et le 19ᵉ jour d'incubation.

La méthode utilisée permet d'obtenir des substances stéroïdes.

Méthode. — Les embryons sont broyés et plongés dans un mélange d'alcool absolu et d'acide chlorhydrique dans les proportions suivantes : 100 parties d'alcool, 10 parties de HCl. Le tout est chauffé au bain-marie pendant 4 à 6 heures. Le résidu recueilli, après distillation de l'alcool, a été saponifié (150^{cm^3} de soude à 20 % pendant 1 heure), puis traité directement à l'éther. On obtient ainsi des hormones mâles. Le liquide alcalin est repris par l'acide à froid et traité de nouveau à l'éther pour recueillir les hormones femelles. Les hormones obtenues, présumées mâles ou femelles, sont alors mélangées à une quantité donnée d'huile d'olive.

Les hormones femelles ont été injectées à des Rates ovariectomisées.

Les hormones mâles ont été, soit injectées, soit appliquées par badigeonnage direct sur la crête du Chapon, pendant 6 à 8 jours consécutifs. La crête, mesurée en longueur et en hauteur, avant et après le traitement, permet d'apprécier la teneur en hormones, du produit étudié. Les résultats s'expriment de la manière suivante : ΔL pour l'accroissement en longueur (donnée en millimètres); $\Delta (L + H)$ pour l'accroissement total longueur + hauteur.

Résultats. — Avec les extraits hormonaux, présumés femelles, provenant de 3 à 5 embryons (mâles ou femelles), le test vaginal de la Rate castrée a toujours donné des résultats positifs (kératinisation de l'épithélium vaginal).

Des extraits hormonaux, présumés mâles, provenant de 3 à 5 embryons (mâles ou femelles), appliqués à des Chapons (test de la crête), n'ont eu aucun effet. Avec des extraits de 7 à 8 embryons, les tissus de la crête sont congestionnés, sans augmentation sensible de la longueur.

Avec des doses massives (entre 20 et 50 embryons) la réaction est nettement positive. Le Chapon nº 218, de l'élevage de la Station Physiologique du Collège de France, a été traité, après avoir été mis dans les meilleures conditions de milieu et de nourriture. La crête, avant chaque application, a été lavée au toluène. Après un premier traitement (extrait de 52 embryons ♂ dans 4^{cm^3} d'huile d'olive) nous avons obtenu les résultats suivants :

$$\Delta L : 2, \quad \Delta (L + H) : 6.$$

---

(1) JOSEPH RIBOULLEAU, *Substances hormonales dans l'œuf et l'embryon du Poulet.* Paris, 1939.

Un autre essai a été conduit de la même façon, après repos de l'animal pendant 12 jours. A ce moment, la crête, farineuse et flasque, mesurait : 70^{mm} en long $\times$ 32^{mm} en hauteur.

Les applications ont été faites avec des extraits de 23 embryons (17 ♂ et 6 ♀) dans 4^{cm^3} d'huile d'olive. L'augmentation a été cette fois de

$$\Delta L : 2, \quad \Delta(L + H) : 5.$$

Enfin, l'animal toujours maintenu dans les mêmes conditions d'expérience, a été repris après un repos de 12 jours. La crête farineuse et flasque mesurait : $70^{mm} \times 33^{mm}$.

Les applications ont été faites avec 2 μg de propionate de testostérone dans 4^{cm^3} d'huile.

L'augmentation a été : $\Delta L : 2$; $\Delta(L + H) : 8$.

Conclusions. — 1° On aura remarqué, que dans cette série de trois expériences, faites sur un animal maintenu dans des conditions physiologiques aussi rigoureusement semblables que possible, l'augmentation en longueur de la crête a été, dans les trois cas, de 2^{mm}; l'augmentation totale (longueur + hauteur) variait de 8 à 5^{mm}, le maximum étant obtenu avec 2 μg de propionate de testostérone standardisé.

La quantité d'hormone à réaction androgène contenue dans chaque embryon serait donc minime, ce qui cadre d'ailleurs avec la lenteur de croissance des caractères sexuels secondaires du jeune poussin.

2° La composition chimique de cette hormone n'a pas été étudiée. Rien ne prouve qu'elle soit identique à celle d'une hormone déjà connue. Elle est cependant de nature stéroïde comme l'indique le procédé d'extraction utilisé ;

3° La différenciation sexuelle chez les vertébrés dépend, non seulement du génotype, mais aussi de substances chimiques, ainsi que semblent l'établir les expériences antérieures de V. Dantchakoff, Et. Wolff, L. Gallien, etc.

La réalisation de *free-martin* expérimentaux chez l'embryon de Poulet, par l'apport de greffons de glandes embryonnaires (Et. Wolff)(2), indique une action directe des gonades sur le développement des annexes génitales. L'hormone que nous avons extraite rend-elle compte de ces modifications? Si son action est très faible, chez l'adulte, rien ne nous permet d'affirmer qu'elle soit sans importance chez l'embryon. On peut penser qu'elle agit avec plus d'efficacité sur les récepteurs embryonnaires que sur les récepteurs adultes; à moins que la méthode d'extraction n'ait dissocié un complexe stérol-X, ce qui rendrait la substance moins active.

---

(2) *Les résultats de greffes de glandes génitales à l'embryon de Poulet; production expérimentale de* free-martin (*C. R. Soc. Biol., Paris*, **140**, nos **17-18**, 1946, p. 602).

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *Action de quelques acides minéraux formateurs de complexes sur les phosphatases.* Note de MM. **Jean Courtois** et **Constantin Anagnostopoulos**, présentée par M. Maurice Javillier.

J. Courtois et M. Bossard ont signalé (¹) que les molybdates inhibent d'une façon concurrente les phosphatases actives en milieu acide. Cette inhibition paraît être assez spécifique des phosphatases (²). Nous avons recherché si cette particularité d'action de l'acide molybdique pouvait être observée avec des composés voisins susceptibles de former aisément des complexes avec un grand nombre de corps minéraux ou organiques.

A pH 8,4 les phosphatases alcalines du foie et du rein de Chien ne sont inhibées de plus de 20 % par les acides molybdique, phosphomolybdique, tungstique et phosphotungstique qu'à partir d'une concentration 1.10^{-3} M en effecteur. L'acide métavanadique et l'acétate d'uranyle exercent la même inhibition à des concentrations moléculaires environ dix fois plus faibles.

A pH 5,2 les phosphatases acides du type II subissent une inhibition plus marquée (phosphatases des graines d'amande douce, blé, moutarde blanche et prostate humaine). Avec les acides phosphotungstique, métavanadique et l'acétate d'uranyle, cette inhibition est deux à trois fois plus forte que pour les phosphatases alcalines. Par contre, les acides molybdique, phosphomolybdique et tungstique se comportent quantitativement d'une façon différente; ils inhibent très fortement ces phosphatases acides : à une concentration 16.10^{-5} M. ils en abaissent de plus de 90 % l'activité. L'inhibition est déjà importante à une concentration 1.10^{-5} M en effecteur. La phosphatase du type III de la taka-diastase est, à pH 4,0, inhibée qualitativement d'une façon identique. Quantitativement l'inhibition est un peu supérieure aux diverses concentrations en effecteur.

Nous avons étudié d'une façon plus détaillée le mécanisme de l'inhibition avec la phosphatase du type II de moutarde blanche. Les divers effecteurs étudiés se comportent comme des inhibiteurs concurrents. Tout se passe comme si la phosphatase s'unissait aux effecteurs pour former une combinaison d'activité diastasique minime ou nulle. Cette inhibition est réversible, car les substances capables de se combiner à l'effecteur déplacent ce dernier fixé sur l'enzyme et réactivent l'enzyme. C'est ainsi que les phosphates libérés au cours de l'hydrolyse accroissent l'activité de la phosphatase. A une concentration 32.10^{-5} M en effecteur nous avons observé après 2 jours de réaction à 37° et pH 5,2 les pourcentages d'hydrolyse suivants : 3,5 (acide molybdique), 4,5 (acide phosphomolybdique), 1,75 (acide tungstique), 12,2 (acide phosphotungstique). Après une durée double de réaction, les pourcentages

(¹) *Bull. Soc. Chim. Biol.*, 27, 1944, p. 464.

(²) M. Bossard, *Bull. Soc. Chim. Biol.*, 29, 1947, p. 218.

d'hydrolyse s'élèvent respectivement à 15,8; 14,1; 10,5 et 30,0, il s'avère donc que l'acide phosphorique libéré réactive l'enzyme en s'unissant avec l'effecteur.

Le β-glycérophosphate à pH 5,2 exerce la même action réactivatrice. Si l'on oppose à des doses constantes de phosphatase et effecteur des doses variables de β-glycérophosphate, le pourcentage d'inhibition est inversement proportionnel à la concentration du substrat glycérophosphorique. Par ailleurs, lorsque l'on fait réagir l'enzyme sur une faible dose de substrat ($0,5^{cm^3}$ de β-glycérophosphate M/2,5) il n'y a pratiquement aucune hydrolyse après 24 heures de contact en présence d'une concentration $8,10^{-5}$ M en acides molybdique, phosphomolybdique ou tungstique. C'est alors que l'addition d'une forte dose de substrat (20^{cm^3} de β-glycérophosphate M/2,5) réactive l'enzyme; dans les 24 heures suivantes, l'hydrolyse est sensiblement identique à celle de l'essai témoin sans effecteur. Nous avons ainsi pu observer ce fait, en apparence paradoxal, d'un enzyme inactif sur une faible dose de substrat et très actif sur une forte dose du même substrat. L'acide citrique exerce lui aussi une action réactivante analogue.

Du point de vue cinétique les effecteurs étudiés se comportent qualitativement d'une façon semblable; toutefois avec les acides phosphotungstique, métavanadique et l'acétate d'uranyle les inhibitions et réactivations sont toujours moins manifestes. Il apparaît donc que les inhibitions observées résultent de la formation de complexes entre un groupement chimique inconnu de la phosphatase et les effecteurs étudiés; les stabilités des complexes formés avec les différents effecteurs sont nettement distinctes, ce qui pourrait permettre de préciser la nature chimique du groupement de la phosphatase s'unissant à l'effecteur.

PHYSIQUE MÉDICALE. — *Dosimètre au néon.* Note [1] de M. **André Denier**, présentée par M. René Leriche.

Cet appareil destiné à mesurer l'ionisation créée par des rayons Rœntgen est basé sur le phénomène de l'ionisation des gaz, le néon en l'espèce, comme l'est l'argon pour le tube de Geiger.

Le principe : une lampe au néon s'éclaire sous une certaine tension d'amorçage toujours le même; si elle est placée dans une atmosphère ionisante l'amorçage se fait à quelques volts en dessous du seuil d'amorçage.

Schéma de l'appareil : une source de courant continu V charge un condensateur C à travers des résistances. Un câble souple blindé conduit le courant à une lampe au néon incluse dans une cage de Faraday.

Principe de fonctionnement : sous l'action d'une différence de potentiel V de la source, le condensateur se charge et la différence de potentiel V à ses bornes

---

(1) Séance du 26 janvier 1948.

atteint V′ d'autant plus lentement que la résistance r est plus grande et que C est plus grand. Supposons le condensateur chargé $V' = V$. Cette tension est réglée à une valeur très légèrement inférieure à la tension disruptive normale de la lampe

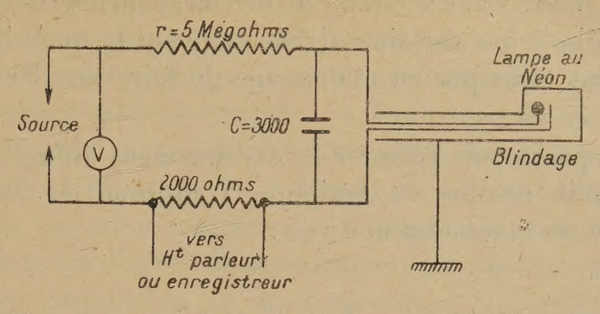


Schéma du dosimètre.

au néon, de telle manière que le condensateur ne peut se décharger dans la lampe. Si à ce moment pour une cause d'ionisation, un faisceau de rayons X en l'occurence, agit sur la lampe, dès que le nombre d'ions produits devient suffisant une décharge s'amorce, C se décharge dans la lampe ; la décharge s'arrête dès que V′ tombe au-dessous de la tension d'extinction de la lampe au néon. La marge entre la tension d'amorçage et la tension d'extinction est de 5 à 8 volts suivant les modèles. Le condensateur se recharge et tout revient à l'état initial. Ce processus se répète d'autant plus fréquemment que le nombre d'ions produit par centimètre cube et par seconde dans la lampe au néon est plus grand. On aura donc dans le circuit de décharge du condensateur une série d'impulsions d'autant plus fréquentes que l'intensité des RX sera plus grande.

Pour la réalisation, la source est soit piles ou accumulateurs, soit une commutatrice employée pour l'alimentation des postes de T. S. F. d'automobiles, la valve a été abandonnée du fait des variations de tension ; $r = 5$ MΩ suffisants pour assurer une bonne stabilité. $C = 3000^{cm}$, la lampe au néon est celle utilisée comme lampe sur les tableaux de distribution. Sous continu, l'amorçage varie suivant la quantité de néon inclus dans la lampe, entre 124 et 135 volts et demande un étalonnage. La lampe au néon est enfermée dans une cage de Faraday formée par une feuille d'aluminium de 1/20 de millimètre. Les rayons secondaires émis par cette cage sont négligeables étant donné la mesure de faibles doses de rayons diffusés. Une série de capots en aluminium d'épaisseurs successives permettent d'étudier la qualité du rayonnement.

La mesure des impulsions se fait avec un haut-parleur intercalé dans le circuit de charge, ce qui permet de compter le nombre d'impulsions par seconde. On pourrait encore mieux intercaler un compte-tours comme dans l'appareil de Geiger.

Pour l'enregistrement, la méthode la plus simple est l'inscription sur un papier à l'iode fixé sur un cylindre entraîné par un moteur synchrone. Le

négatif à la masse, le positif relié à un style qui se déplace longitudinalement. Du fait du déplacement le tracé en points marrons est hélicoïdal et permet un enregistrement prolongé.

On peut aussi placer dans le circuit de décharge un micro-ampèremètre dont l'aiguille se stabilise à une certaine division suivant la quantité de courant de charge permettent alors par un étalonnage de faire une lecture en fractions d'*r* internationaux.

Ce dosimètre permet de mesurer le rayonnement diffusé par un individu recevant un certain nombre de *r*/minute. L'addition de filtres convenables permet la mesure du rayonnement direct.

RADIOLOGIE PHYSIOLOGIQUE. — *Le microdensigramme osseux chez l'Homme et l'évaluation pondérale du calcium osseux par les rayons* X. Note (1) de M. **Maurice Marchal**, présentée par M. René Leriche (2).

Les méthodes explorant les radiographies médicales avec les photomètres courants donnent des résultats imprécis et ne permettent pas d'analyser la structure fine de la trame osseuse. Aussi utilisons-nous une exploration linéaire simple ou multiple avec le microdensimètre Vassy selon une technique de repérage spécial. Avec un rayonnement mou, certaines parties de l'os ne sont pas pénétrées par les photons X et la densitométrie présente une erreur par excès (excès de blancs). Si l'on prend un rayonnement dur, la diffusion augmente et les fines structures osseuses disparaissent par le flou dû au rayonnement parasite (excès des noirs), de sorte que malgré un densimètre indépendant du noircissement de la plaque, il nous faut un choix de la tension *et nous y tenir pour les radiographies ultérieures du même sujet*. Aussi pour les os compacts nous faisons deux clichés à 50 kV et à 65 kV. Cette méthode est aussi applicable aux processus mixtes d'ostéoporose et d'ostéosclérose et aux cals. Pour l'évaluation de la tension, il nous faudrait déterminer la courbe d'absorption totale.

En pratique nous nous contenterons donc du Benoist Al/Ag dont les indications sont acceptables, de 50 kV : $\lambda_k = 0{,}246$ Å à 65 kV : $\lambda_k = 0{,}205$ Å et λ_m (Dauvilliers et Webster) $= 1{,}5 . \lambda_k = 0{,}369$ Å et 0,307 Å. En effet, $\lambda_k \mathrm{Al} = 7{,}9$ Å, λ_k de Ag $= 0{,}49$ Å et $(\mu/\rho)\mathrm{Ag}/(\mu/\rho)\mathrm{Al}$ varie linéairement et n'est pas affecté par une discontinuité d'absorption entre 50 et 65 kV.

1° *Pour les radiographies faites en rayons* X *seuls*, rappelons que les discontinuités de Ag, de Br (λ_k 0,918 Å) se trouvent en dehors de 50 et 65 kV. Les radiations inférieures à 0,4 Å sont éliminées par les tissus, la paroi et un filtre de 1^{mm} Al; 2° en dehors des considérations de grain, l'emploi des *écrans*

(1) Séance du 5 janvier 1948.

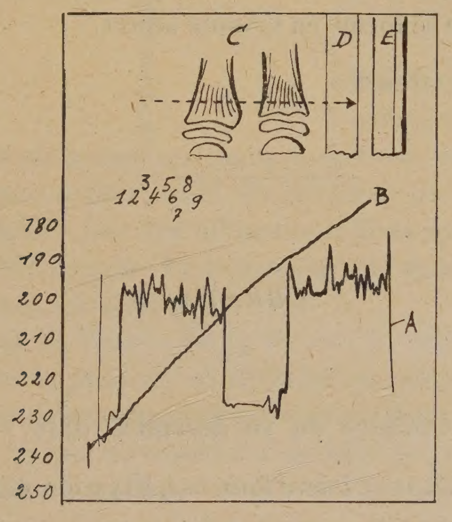
(2) Voir aussi M. Marchal, *Comptes rendus*, **222**, 1946, p. 973 et 1314.

renforçateurs est aussi justifié puisque leur luminosité très faible au-dessous de 1 Å croît linéairement jusqu'à 0,179 Å = λ_k de W.

Donc une radiographie densitométrique correcte, avec toutes les densités situées sur la partie rectiligne de la courbe de noircissement, peut utiliser un rayonnement polychromatique avec des tensions de crête de 50 à 65 kV, soit avec, soit sans écrans renforçateurs, pour un générateur de type donné.

Technique de radiographie du malade. — Toute une technique de repérage spéciale est à appliquer. Comme radiochromomètre nous utilisons un coin d'aluminium à variation continue, le long duquel est fixé une lame d'argent pur, de façon à lire une variation continue des tensions. Le coin photométrique en os compact ou ivoire est disposé directement sur les tissus mous de préférence. Si ce procédé est impossible on aura recours à la méthode du fantôme, mais cette méthode est inexacte en cas d'œdème des tissus (cellulite) dont la transparence peut varier de 50 % ([3]). En effet, la formule de Küstner $(\mu/\rho) = 2,2\,\lambda^3 + 0,18$ n'est plus applicable en cas d'œdème tissulaire.

Exploration du radiogramme. — Le microdensitomètre explore d'abord l'image d'aluminium et d'argent du radiochromomètre et repère ainsi la tension moyenne employée. Puis on fait les enregistrements du coin photo-



A, courbe densimétrique avec les densités en ordonnée; B, courbe du coin photométrique; C, calque de la radiographie explorée; D, coin photométrique; E, coin des tensions.

métrique et de l'os. Le micro-densigramme de l'os ainsi obtenu présente une modulation importante qui est affectée de deux chiffres : *a*. Numéro d'ordre de gauche à droite; *b*. Valeur de la densité propre.

Par exemple pour une image de doigt chez un enfant de 11 ans (*fig.* 1) : Ligne d'exploration A-B, 1/1,94, 2/1,95, 3/1,96, 4/1,97, 5/1,93, 6/1,96, etc.

([3]) G. MELOT, *Thèse*, Bruxelles, 1945.

Plusieurs de ces explorations donneront la densité d'une plage du radiogramme osseux. Signalons que cette méthode constitue une sorte de Bertillonnage radiographique et peut être utile dans de nombreux cas de médecine légale.

Évaluation pondérale des sels de calcium. — L'os est constitué en moyenne pour 1 000 parties de : 310 parties organiques et de 690 parties minérales (Lefèvre). Les premières étant de faibles Z sont négligeables. Les autres sont constituées de 670 ‰ de sels de calcium et de 20 ‰ de sels de magnésium et de sodium (de faibles Z et surtout de faibles quantités, donc négligeables). Le phosphore ($Z=15$) est toujours lié au calcium ($Z=20$). D'autre part comme $\sigma/\rho=0,22$ à 50 kV et $\tau/\rho=(CZ^4\lambda^3)/A$, on voit que *pratiquement, dans nos conditions d'expériences la densité de l'image radiographique de l'os est uniquement fonction de la teneur en sels de calcium de celui-ci.*

Donc l'intégration de la courbe de densité de l'os exploré, ou plus simplement la mesure de l'aire par des méthodes pondérales nous donne, comparée à l'intégrale de la courbe de densité du coin photométrique, une valeur très approchée de la teneur pondérale en sels de calcium de la tranche ou du prisme osseux exploré par le spot du microdensitomètre.

A 15h35m l'Académie se forme en Comité secret.

La séance est levée à 16h50m.

A. Lx.

ERRATA.

(Séance du 10 décembre 1947.)

Note de MM. *Jean Hébert* et *Pierre Boischot*, Fixation de l'arsenic par les sols :

Page 1180, ligne 14, *au lieu de* $y=0,95\,x^{0,134}$, *lire* $y=2,585\,x^{0,134}$.